

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
( ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

БАРАННИКОВ Л.Н.

**Принципы построения и основные этапы проектирования  
многоканальных цифровых радиосистем передачи  
информации ЛА.**

Учебное пособие по курсам  
"Теория электрической связи",  
«Теория и проектирование радиосистем передачи информации  
и управления»

Утверждено  
на заседании Редсовета  
факультета №4  
14 декабря 1998 г.

МОСКВА, 1999г.

Баранников Л. Н. Принципы построения и основные этапы проектирования многоканальных цифровых радиосистем передачи информации ЛА: Учебное пособие. - М.: 1999г.

В учебном пособии рассматриваются основные принципы построения и этапы проектирования современных цифровых радиосистем передачи информации (РСПИ), приводится методика и результаты анализа ряда важнейших характеристик и параметров, обсуждаются возможности оптимизации построения РСПИ в целом. Материалы пособия помогут студентам радиотехнических факультетов познакомиться с основными вопросами проектирования цифровых РСПИ и, прежде всего, с разработкой технических предложений по построению цифровых РСПИ для передачи аналоговых сообщений.

## **1. Введение**

Многоканальные цифровые радиосистемы передачи информации (РСПИ) находят все большее применение в радиоконкомпсах, обеспечивающих управление и функционирование космических и атмосферных летательных аппаратов (ЛА), так как обладают высокой точностью и помехоустойчивостью передачи сообщений, легко сопрягаются с бортовыми и наземными вычислительными комплексами. Однако до сих пор первичные датчики сообщений выдают их чаще всего в непрерывном (аналоговом) виде, поэтому в цифровых РСПИ приходится предусматривать передачу и аналоговых и цифровых первичных сообщений. Для этой цели в цифровых РСПИ ЛА в передающей аппаратуре осуществляется преобразование первичных аналоговых (непрерывных по значениям и (или) по времени) сообщений в цифровой вид.

Преобразованные в цифровые массивы аналоговые сообщения могут практически неограниченное время храниться в электронном виде на цифровых носителях, без ухудшения качества многократно перезаписываться, подвергаться цифровой обработке и преобразованиям, передаваться по высоконадежным цифровым проводным и радиоканалам, локальным и глобальным вычислительным сетям. Данная работа посвящена вопросам построения многоканальных цифровых РСПИ, предназначенных для передачи первичных аналоговых сообщений.

## **2. Основы построения и проектирования цифровых РСПИ**

Передающая часть цифровой многоканальной РСПИ состоит из устройств аналого-цифрового преобразования (АЦП), устройств кодирования и уплотнения каналов, модулятора несущей частоты, усилителя мощности радиосигнала и передающей антенны.

Приемная часть цифровой РСПИ осуществляет обратные преобразования, а именно, демодуляцию несущей, декодирование и разделение каналов, обратное цифро-аналоговое преобразование (ЦАП).

Следует отметить, что процессы преобразования аналоговых сообщений в цифровой вид и наоборот сопровождаются информационными потерями, значение которых зависит от параметров преобразования. В процессе передачи и приема цифровых сообщений действие шумов и помех также может привести к неправильному приему значений цифровых отсчетов, т.е. к частичной потере информации устройств записи или считывания. Одной из основных задач проектирования является задача определения рационального состава и оптимальных параметров устройств, обеспечивающих одновременную передачу многих аналоговых сообщений по цифровой РСПИ и последующее восстановление этих сообщений в приемнике с минимальной по тому или иному критерию качества ошибкой.

Этап проектирования начинается с разработки и согласования с заказчиком технического задания, содержащего исходные параметры и желаемые свойства будущей радиосистемы. Исходными параметрами могут быть ряд основных параметров существующих РСПИ, а желаемые свойства будущей радиосистемы должны обеспечить либо выполнение более сложных задач, либо существенно улучшить качество решения аналогичной задачи, либо обеспечить и то и другое одновременно. Очевидно, что большая детализация ТЗ оставляет разработчику

меньше свободы в выборе вариантов технических решений, однако, существенно облегчает проведение и сдачу заказчику последующих этапов проектирования.

После утверждения ТЗ начинается этап проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИР-ОКР). Далее будем рассматривать в основном проблемы проектирования многоканальных цифровых РСПИ, возникающие при подготовке технических предложений.

## **2.1. Этапы проектирования и основные решаемые вопросы.**

Один из начальных этапов проектирования РСПИ, определяющий в дальнейшем целый ряд вопросов построения и выбора ее параметров, состоит в оценке энергетических и скоростных характеристик цифровой передачи сообщений. Знание этих характеристик потребуется для решения вопросов: выбора способа модуляции, выбора методов приема и обработки сигнала в приемнике, целесообразности использования избыточного кодирования и т. д., что в конечном итоге позволит оценить помехоустойчивость передачи исходных цифровых сообщений.

Следующие основные этапы проектирования многоканальной цифровой РСПИ для передачи аналоговых сообщений связаны с преобразованием многих исходных сообщений в единый групповой радиосигнал передатчика (уплотнение каналов), передачей его по радиоканалу с известными свойствами, приема группового радиосигнала в приемнике и последующего восстановления каждого исходного сообщения.

Эти преобразования осуществляются с использованием ряда последовательных операций: дискретизации по времени, дискретизации полученных отсчетов по значениям (квантование по уровню), кодирования, уплотнения и модуляции в передатчике, демодуляции, декодирования, разделения каналов и восстановления по принятым цифровым отсчетам всей совокупности аналоговых сигналов в приемнике.

Процессы преобразования аналогового сигнала в цифровой и последующего восстановления исходного сигнала сопровождаются искажениями, величина которых определяется параметрами дискретизации и способами восстановления. Воздействие шумов и помех в процессе передачи цифрового сигнала по радиоканалу приводит к ошибкам в приеме отдельных разрядов цифрового сообщения. В результате подобного рода ошибок восстановленный уровень дискретного отсчета аналогового сигнала может значительно (аномально) отличаться от переданного.

Величина аномальных ошибок при заданных энергетических и скоростных характеристиках радиолинии и известной модели воздействия помех может быть существенно уменьшена за счет применения избыточного кодирования и декодирования с обнаружением и (или) с исправлением наиболее часто возникающих ошибок. На этом этапе проектирования в каждом конкретном случае решается вопрос о целесообразности применения избыточного кодирования. Здесь прежде всего учитывается реальное увеличение помехоустойчивости (получаемое, например, из сравнения вероятностей ошибок в приеме без избыточного и избыточного цифрового сообщения при прочих равных условиях), а также возможное существенное (особенно при

декодировании) усложнение аппаратуры РСПИ.

Помехоустойчивость приема отдельных цифровых сигналов при известных свойствах и энергетике радиоканала определяется выбранным методом и параметрами модуляции несущего колебания передатчика (использование сигналов КИМ, КИМ-ЧМ, КИМ-ФМ и т.д.), а также способами приема цифрового радиосигнала в приемнике (когерентный, некогерентный, и т.д.). Обоснованный выбор системы и параметров сигналов для передачи двоичных разрядов цифрового сообщения и способа их приема в приемнике для известных энергетических соотношений и заданной модели радиоканала позволяет определить значение вероятности искажения двоичного символа  $P$ , от которой зависит уровень возникающих аномальных шумов  $\sigma_{ан}^2$ .

## 2.2. Реализация системного подхода

Минимизация возникающих искажений при передаче аналогового сигнала по цифровой РСПИ за счет рационального выбора способов и параметров его преобразования в цифровой и наоборот (при восстановлении), а также за счет применения эффективных и помехоустойчивых способов кодирования и декодирования, модуляции и приема радиосигнала составляет многопараметрическую задачу. Решение этой задачи в каждом конкретном случае зависит также от статистических характеристик самих передаваемых сообщений, модели радиоканала и действующих в нем помех. При широком диапазоне изменения исходных данных (определяющих энергетику радиолинии, статистику сообщений, модель канала и помех, требуемую точность передачи и т.д.) решение указанной задачи может быть неоднозначным. В ряде случаев достаточно сложным или практически невозможным оказывается получение общих аналитических результатов.

Итоговая величина искажений, определяемая, например, среднеквадратическим отклонением или дисперсией искажений  $\sigma_{\Sigma} = \sqrt{[X(t) - X^*(t)]^2}$ , где  $X(t)$  - передаваемое аналоговое сообщение,  $X^*(t)$  - принятая оценка этого сообщения, является функционалом, конкретный вид которого зависит от перечисленных выше способов построения и выбора параметров РСПИ.

Решение вопросов рационального построения и выбора параметров РСПИ в большинстве случаев осуществляется как с помощью известных аналитических результатов, (приведенных в последующих разделах пособия и в рекомендованной литературе), так и с помощью численных расчетов и моделировании работы РСПИ на ЭВМ, если получение аналитических результатов оказывается невыполнимой задачей.

## 3. Оценка энергетических характеристик радиолинии.

В радиолиниях независимо от того, в каком диапазоне они работают, всегда присутствуют естественные шумы, принятые антенной, и собственные шумы приемных устройств. Эти шумы являются аддитивными по отношению к сигналу на входе приемника, имеют гауссово распределение и практически равномерный спектр в пределах полосы пропускания приемника.

Энергетическим потенциалом радиолнии  $Q = P_c / G_{ш}$  называется отношение средней мощности сигнала  $P_c$  к спектральной плотности шума  $G_{ш}$  (мощности шума в полосе 1 Гц), пересчитанное ко входу приемника. Кроме понятия энергетического потенциала, используется также понятие энергетического отношения. Его величина  $Q_E$  равна отношению энергии сигнала  $E_c$  к спектральной плотности шума на входе приемника и связана с энергетическим потенциалом равенством

$$Q_E = E_c / G_{ш} = P_c T / G_{ш} = QT$$

где  $T$  – время, в течение которого производится накопление сигнала или просто длится сигнал.  $Q_E$  – безразмерная величина (ее часто называют отношением сигнал / шум по энергиям). Величина энергетического потенциала определяет возможности радиолний в части обеспечения точности измерений параметров движения, пропускной способности радиолний и вероятности ошибки при приеме информации.

Мощность сигнала на входе приемника радиолнии, работающей в пределах прямой геометрической видимости, находится по формуле

$$P_c = P_{прд} D_{прд} S_{прм} L_{пот} / 4\pi R^2 \quad (3.1)$$

где  $P_{прд}$  – мощность передающего устройства;  $D_{прд}$  – коэффициент усиления передающей антенны;  $S_{прм}$  – эффективная площадь приемной антенны;  $L_{пот}$  – коэффициент, учитывающий дополнительное ослабление сигнала в радиолнии ( $L < 1$ );  $R$  – расстояние между передающей и приемной антеннами.

Коэффициент усиления антенны  $D$  связан с ее эффективной площадью  $S$  равенством

$$D = 4\pi S / \lambda^2, \quad (3.2)$$

где  $\lambda$  – длина рабочей волны. Это позволяет представить формулу (3.1) в следующих видах:

$$P_c = P_{прд} D_{прд} D_{прм} L_{пот} \lambda^2 / (4\pi R^2) \quad \text{или}$$

$$P_c = P_{прд} S_{прд} S_{прм} L_{пот} / \lambda^2 R^2.$$

Из приведенных выражений следует, что зависимости принятой мощности сигнала от длины волны будут различными в соответствии с тем, что является фиксированным: эффективные площади или усиления антенн. Параболические, рупорные и многие другие антенны СВЧ относятся к классу антенн с фиксированной площадью (апертурой). Чем короче длина волны, тем выше их усиление. Полуволновый вибратор, штыревые и другие антенны дипольного типа, а также всенаправленные антенны имеют фиксированное

усиление, величина которого не зависит от  $\lambda$ . Для идеальной всенаправленной антенны  $D = 1$ .

Ослабление сигнала в свободном пространстве, (обусловлено уменьшением потока полезной мощности обратно пропорционально площади сферы  $4\pi R^2$ , где радиус  $R$  — дальность связи), составляет основные потери в космических радиолиниях из-за больших расстояний  $R$ .

Дополнительные потери в децибелах мощности сигнала в радиолинии, соответствующие множителю  $L_{\text{ПОТ}}$  в формуле (3.1), равны сумме

$$L_{\text{ПОТ}} = L_{\text{АФУ}} + L_{\text{НАВ}} + L_{\text{АТМ}} + L_{\text{ПОЛ}} \quad (3.3)$$

где  $L_{\text{АФУ}}$  — потери в передающих и приемных антенно-фидерных устройствах;  $L_{\text{НАВ}}$  — потери из-за неточности наведения приемной и передающей антенн;  $L_{\text{АТМ}}$  — потери при распространении сигнала в атмосфере;  $L_{\text{ПОЛ}}$  — потери при поляризации радиоволн.

Потери  $L_{\text{АФУ}}$  определяются коэффициентом передачи антенно-фидерного тракта радиолинии  $\xi_{\text{АФУ}}$  ( $\xi_{\text{АФУ}} < 1$ ) и зависят от длины и конструкции этого тракта, а также материала, из которого выполнен тракт,  $L_{\text{АФУ}} = 10 \lg \xi_{\text{АФУ}}$ .

Потери  $L_{\text{НАВ}}$  обусловлены ошибками наведения антенны. Их нужно учитывать как для бортовых так и наземных антенн. Величина  $L_{\text{НАВ}}$  для бортовых остронаправленных антенн определяется точностью ориентации ЛА и обычно не превышает 1–3 дБ. Для наземных антенн  $L_{\text{НАВ}}$  существенно зависит от используемого метода наведения антенн. Системы автосопровождения могут обеспечить высокую точность и позволяют уменьшить потери, связанные с наведением антенн, до десятых долей децибелл.

Потери при распространении сигнала в атмосфере  $L_{\text{АТМ}}$  обусловлены тропосферным и ионосферным ослаблениями и затуханием сигнала в конденсированном водяном паре (облаках, тумане) и осадках. Величины ионосферного и тропосферного ослабления определяются по графикам [ 2 ] и сильно зависят от интенсивности осадков. Ослабление сигнала в снеге является менее интенсивным. Длина пути радиосигнала в осадках зависит от размеров зоны осадков и от угла места  $\Theta$  и может достигать 30 км при малых  $\Theta$ .

Поляризационные потери (подробнее см.[ 2 ]) возникают из-за того, что поляризации приходящей волны и приемной антенны не совпадают. Известно, что при приеме на антенну с линейной поляризацией волны с круговой поляризацией теряется половина мощности. Если же, например, антенна

рассчитана на горизонтальную, а приходящая волна имеет вертикальную поляризацию, то сигнал вообще не будет принят. Такой же результат будет при приеме на антенну с правой поляризацией волны с левой поляризацией. Вращение плоскости поляризации в аэрокосмических радиоприемниках, в основном, определяется движением ЛА, в результате которого изменяется взаимная ориентация бортовых и наземных антенн. Особенно это проявляется при работе с неориентированными КА. В этом случае лучше всего делать на борту и Земле антенны с круговой (естественно, одинаково направленной) поляризацией. Однако антенны с круговой поляризацией и широкой диаграммой направленности (свыше  $100^\circ$ ) трудно осуществимы. При рассмотрении поляризационных потерь следует также учитывать вращение плоскости поляризации волны при прохождении через ионосферу. Это явление называется эффектом Фарадея. На частотах выше 2000 МГц влияние эффекта Фарадея незначительно.

В некоторых случаях, кроме рассмотренных выше, нужно учитывать и другие потери, не входящие в формулу (3.3). Так например, для защиты антенн от ветра и осадков применяют радиопрозрачные обтекатели, которые вносят дополнительные потери. Величина этих потерь зависит от материала, из которого сделан обтекатель и его конструкции.

Для компенсации потерь в радиоприемнике и обеспечения заданного уровня  $P_C$  нужно увеличивать мощность передатчика и коэффициент усиления антенн. Ограничений выходной мощности наземных передающих устройств, вообще говоря, не существует, так как излучение любой мощности может быть получено параллельным включением ряда передатчиков. Практически же верхний предел мощности наземного передатчика определяется мощностями имеющихся в данном диапазоне частот электровакуумных приборов, электрической прочностью АФУ и экономическими факторами. Верхний предел мощности бортовых передатчиков определяется, главным образом, допустимым весом аппаратуры и мощностью бортовых источников питания. Он оказывается на три-четыре порядка меньше, чем для наземных передатчиков. В результате значение  $P_C$  в радиоприемнике Земля – Борт в  $10^3 - 10^5$  раз больше, чем в радиоприемнике Борт – Земля.

На выбор типа и размеров бортовых антенн решающее влияние оказывает компромисс между необходимой величиной коэффициента усиления и допустимой шириной диаграммы направленности антенны. В радиоприемниках ближнего космоса достаточно небольшое усиление. Здесь часто оказывается выгодным отказаться от ориентации КА и использовать всенаправленные бортовые антенны, обеспечивающие прием и передачу сигналов во всем пространственном угле. В радиоприемниках дальнего космоса требуется максимальное усиление. Увеличение усиления приводит к уменьшению ширины главного лепестка диаграммы направленности. Минимально допустимая ширина диаграммы определяется точностью пространственной ориентации КА.

Она должна, по крайней мере, в 10 раз превышать величину возможных отклонений КА относительно стабилизированного положения. Иначе, потери сигнала, вызванные ошибкой наведения бортовой антенны  $L_{\text{НАВ}}$ , превысят 1 дБ.

Уровень шумов на входе приемного устройства определяется собственными шумами приемника и шумами, поступающими из антенно-фидерного тракта. Последние состоят из шумов антенно-фидерного тракта и внешних шумов, принятых антенной. К внешним относятся: космические шумы, шумы атмосферы, шумы земного покрова и индустриальные помехи. Мощность  $P_{\text{ш}}$  и спектральная плотность шума  $G_{\text{ш}}$ , приведенные ко входу приемника с эквивалентной шумовой полосой  $\Delta f_{\text{э}}$  связаны соотношением:

$$P_{\text{ш}} = G_{\text{ш}} \Delta f_{\text{э}} = k T_{\text{ш}\Sigma} \Delta f_{\text{э}}, \quad \text{где } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/град} - \text{постоянная Больцмана, } T_{\text{ш}\Sigma} - \text{суммарная температура шума, в градусах Кельвина (K}^0\text{)}.$$

Собственные шумы приемников  $T_{\text{п}}$ , зависят от входного устройства. В радиолиниях ближнего космоса в качестве входных устройств наземных приемников используются простые и дешевые усилители, например, на туннельных диодах, высокочастотных транзисторах и т. д. Они имеют шумовую температуру порядка  $500 \div 2500 \text{ K}$ . В наземных приемниках радиолиний среднего и дальнего космоса наибольшее распространение получили более сложные малошумящие усилители: параметрические и молекулярные. Неохлаждаемые параметрические усилители имеют  $T_{\text{п}} = 200 - 400 \text{ K}^0$ , а охлаждаемые жидким азотом –  $40 - 100 \text{ K}^0$ . Наиболее низкую температуру шума, равную  $10 - 40 \text{ K}^0$ , а в лучших случаях  $2 - 4 \text{ K}^0$ , обеспечивают молекулярные усилители, охлаждаемые жидким гелием. В бортовых приемниках не стремятся к получению очень низких  $T_{\text{п}}$ . Это связано, во-первых, с нежеланием усложнять аппаратуру и увеличивать ее вес и габариты и, во-вторых, с большей мощностью принимаемого сигнала в радиолинии Земля – Борт.

Шумы, поступающие из антенно-фидерного тракта, следует учитывать только для чувствительных приемников, у которых они сравнимы с собственными шумами. Поэтому в бортовых приемниках их часто можно не учитывать. Омические потери в антенно-фидерном тракте приводят не только к ослаблению сигнала, но и к возникновению тепловых радишумов. Их температура  $T_{\text{АФУ}}$  связана с коэффициентом передачи тракта соотношением  $T_{\text{АФУ}} = (1 - \xi_{\text{АФУ}}) T_0$ , где  $T_{\text{АФУ}}$  – температура фидера, при нормальных условиях  $290 \text{ K}^0$ . Для получения малой величины  $T_{\text{АФУ}}$  нужно иметь возможно короткий фидер, соединяющий антенну с приемником, и избегать вращающихся соединений. Это достигается применением специальных антенн и размещением входных усилителей непосредственно у облучателя. Так при использовании двухзеркальных антенн получают  $T_{\text{АФУ}} \approx 3,5 - 7 \text{ K}$ , что соответствует

$\xi_{\text{АФУ}} \approx 0,985 - 0,97$  ( $L_{\text{АФУ}} = 0,05 - 0,1\text{дБ}$ ). Чтобы определить температуру  $T_{\text{А}}$  принятых антенной шумов необходимо знать зависимости от пространственных координат: угла места  $\theta$  и азимута  $\psi$  диаграммы направленности антенны  $F(\theta, \psi)$  и яркостной температуры окружающих антенну источников радиоизлучения  $T_{\text{я}}(\theta, \psi)$ . Антенна принимает радиоизлучения не только главным, но также боковыми и задними лепестками, т. е. со всех направлений в телесном угле  $\Phi = 4\pi$  стерадиан. Поэтому

$$T_{\text{А}} = D / 4\pi \int_{4\pi} T_{\text{я}}(\theta, \psi) F(\theta, \psi) d\Phi,$$

где  $D$  – коэффициент усиления антенны.

Яркостная температура основных источников радишумов на различных частотах приведена в литературе [ 2 ].

Антенны наземных пунктов по главному и боковым лепесткам принимают из верхней полусферы космические шумы и шумы атмосферы, а также шумы, создаваемые радиопрозрачными укрытиями, если последние применяются для защиты антенн. Космические шумы состоят из непрерывного (фонового) излучения и излучения дискретных источников, среди которых наиболее мощным является Солнце. Шумы атмосферы появляются в результате электростатических разрядов и вследствие поглощения и последующего излучения энергии молекулами кислорода и водяного пара. При малых углах места  $\theta$  интенсивность шумов атмосферы максимальна. Она уменьшается примерно на порядок при увеличении угла места  $\theta$  от нуля до  $10^\circ$  и от  $10^\circ$  до  $90^\circ$ . Из нижней полусферы по боковым и задним лепесткам диаграммы антенны наземных пунктов принимают шумы земного покрова. Хорошие антенны имеют малый уровень этих лепестков, а поэтому в них влияние шумов земного покрова на  $T_{\text{А}}$  обычно невелико. Однако оно резко возрастает при малых углах  $\theta$ , когда края главного лепестка диаграммы оказываются направленными на поверхность Земли. Если главный лепесток диаграммы не захватывает излучения мощных дискретных источников и направлен под большим углом к горизонту, то величина  $T_{\text{А}} \approx 10 - 20 \text{ К}$ .

Индустриальные помехи являются нежелательным побочным продуктом работы разнообразной электроаппаратуры и имеют место в диапазоне частот от 1000 гц до 1000 Мгц. Максимальная интенсивность их в промышленных районах на несколько порядков выше величины космических шумов. Влияние их ослабляют разумным выбором места наземных пунктов и тщательным экранированием аппаратуры.

В табл. указаны некоторые характеристики типичных радиолиний ближнего, среднего и дальнего космоса.

| Параметры радиолинии                      | Низколетящий ИСЗ | Средний Космос | Дальний космос |
|-------------------------------------------|------------------|----------------|----------------|
| Дальность, км.                            | 1000-10000       | 400000         | 400000000      |
| Частота, МГц                              | 200              | 23000          | 23000          |
| Бортовая антенна                          |                  |                |                |
| Площадь, м <sup>2</sup>                   | 0,18             | 3,5            | 25             |
| Ширина луча                               | всенаправленная  | 3°             | 1,2°           |
| Назем. Антенна                            |                  |                |                |
| Диаметр, м                                | 5                | 26             | 64             |
| Усиление, дБ                              | 18               | 50             | 60             |
| Ширина луча                               | 21°              | 21'            | 7'             |
| Шум.температ.наз. системы, К <sup>0</sup> | 1000             | 125            | 25             |
| Мощность назем. ПРД, кВт                  | 1-3              | 10             | 100            |
| Мощн. борт. РД, Вт                        | 0,1-10           | 20             | 150            |

#### 4. Ошибки дискретизации и восстановления.

Аналоговая форма первичного сообщения – наиболее распространенная форма передаваемой информации в системах связи с подвижными объектами (СПРС). Для передачи по цифровой радиолинии аналоговое сообщение сначала подвергается дискретизации по времени (заменяется последовательностью дискретных отсчетов)

Теорема Котельникова устанавливает, что для сообщений с ограниченным спектром достаточно знать значения передаваемой функции в соответствующих равноотстоящих по времени точках и тогда все промежуточные значения передаваемого сообщения можно восстановить абсолютно точно при интерполяции отсчетов в месте приема. Реальные сообщения, которые всегда

ограничены по времени, имеют вследствие этого неограниченный спектр и к ним теорема Котельникова, строго говоря, неприменима. На практике применяется, как правило, передача равноотстоящих по времени отсчетов сообщения. Однако при этом безошибочная передача сообщений невозможна, т. е. процесс восстановления непрерывного сообщения по дискретным отсчетам принципиально будет сопровождаться искажениями. Пусть мы в месте приема имеем последовательность отсчетов сообщения, т. е. последовательность равноотстоящих импульсов с частотой следования  $F_{\text{опр}}$ , с амплитудами, равными значениям непрерывного сообщения  $U_c(t)$  в моменты опроса. Последовательность отсчетов представляет собой сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ). Рассмотрим спектр мощности сигнала АИМ, изображенный на рис.4.1., где  $S(F)$  – спектр мощности непрерывного сообщения  $U_c(t)$ . Этот спектр состоит из спектральных полос около частот  $kF_{\text{опр}}$ , где  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Так как спектр сообщения  $S(F)$  неограничен, то спектральные полосы сигнала АИМ перекрываются на некотором уровне. В связи с этим ясно, что выделение из спектра АИМ только спектра сообщения  $S(F)$ , а значит, и безошибочное восстановление сообщения по дискретным отсчетам, невозможно. Величина погрешности при выделении спектра сообщения  $S(F)$  определяется степенью перекрытия спектральных полос АИМ. Перекрытие спектральных полос может отсутствовать только для сигналов с ограниченным спектром и при условии  $F_{\text{макс}} \leq F_{\text{опр}} / 2$ . В этом случае при использовании идеального фильтра нижних частот с частотой среза  $F_{\text{макс}}$ , возможно безошибочное выделение спектра сообщения  $S(F)$  (теорема Котельникова). Из рассмотрения спектра сигнала АИМ следует, что существует оптимальный фильтр для восстановления сообщения с наименьшей среднеквадратической погрешностью на фоне помех со стороны соседних спектральных полос АИМ. Таким фильтром, очевидно, является Винеровский фильтр. Погрешность восстановления сообщения можно уменьшить, если на передающем конце радиолинии можно поставить фильтр, ограничивающий полосу передаваемого сообщения  $S(F)$ . В этом случае уменьшается также ширина мешающих спектральных полос АИМ, и погрешность восстановления сообщения всегда будет меньше, чем при использовании фильтра только на приемном конце радиолинии.

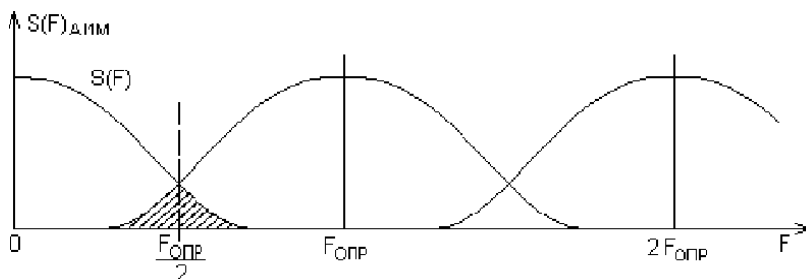


Рис. 4.1. Спектр мощности сигнала АИМ.

Рассмотрим некоторые способы построения фильтров для восстановления непрерывного сигнала по его дискретным отсчетам. Будем считать, что фильтр нижних частот, ограничивающий полосу передаваемого сообщения, на передающем конце радиолинии отсутствует. Процесс восстановления в приемнике непрерывной кривой по дискретным отсчетам заключается в формировании такой функции времени  $U_c^*(t)$  которая бы проходила через принятые отсчеты кривой  $U_c(t)$  и была бы как можно ближе к кривой  $U_c(t)$  в промежутках между отсчетами. Мерой близости сообщения  $U_c(t)$  и  $U_c^*(t)$  будем считать величину среднеквадратического отклонения  $\sigma_B$  функции  $U_c^*(t)$  от функции  $U_c(t)$ . Выбирать подходящие координатные (восстанавливающие) функции  $\varphi(t - iT_{\text{ОПР}})$  можно, используя процедуры экстраполяции или интерполяции сигнала на интервалах между выборочными точками. Интерполяцию можно рассматривать как сочетание экстраполяции по предыдущим точкам кривой и экстраполяции в "обратном" времени по последующим точкам кривой. Ясно, что интерполяция несколько лучше экстраполяции, так как для восстановления сообщения используется вдвое больше точек. Выигрыш в среднеквадратической ошибке восстановления, который обеспечивает интерполяция по сравнению с экстраполяцией, не может превышать  $\sqrt{2}$  раза. Обычно этот выигрыш существенно меньше. Рассмотрим процедуру экстраполяции. Экстраполяция сообщений соответствует восстановлению непрерывного сообщения по его отсчетам с помощью фильтра нижних частот, когда последующие отсчеты сообщения не влияют на процесс восстановления сообщения до появления этих отсчетов. Из теории оценок известно, что минимальное значение среднеквадратической погрешности  $\sigma_B$  обеспечивается, если в качестве экстраполируемого значения сообщения взять условное среднее. Пусть для экстраполяции мы используем только одну предыдущую выборку  $U_c(t_1) = X_1$ . Будем считать, что передаваемое сообщение представляет нормальный случайный процесс с нулевым средним, дисперсией  $\sigma_c^2$  и коэффициентом корреляции  $R(\tau)$ . Можно показать [1], что в интервале между двумя выборками оптимальная экстраполирующая функция имеет форму коэффициента корреляции  $R(\tau)$ . Погрешность восстановления будет минимальна, если экстраполировать по форме коэффициента корреляции вперед на  $T_{\text{ОПР}}/2$  и назад на  $T_{\text{ОПР}}/2$ . Таким образом, оптимальные координатные функции будут иметь вид  $\varphi(t - iT_{\text{ОПР}}) = R(t - iT_{\text{ОПР}})$

$$\text{при } i T_{\text{ОПР}} - T_{\text{ОПР}}/2 \leq t \leq i T_{\text{ОПР}} + T_{\text{ОПР}}/2$$

$$\varphi(t - iT_{\text{ОПР}}) = 0 \quad \text{в остальное время}$$

Очевидно, что относительная дисперсия погрешности восстановления  $\epsilon_B^2$  равна дисперсии  $\sigma_B^2$  условного распределения, деленной на  $\sigma_c^2$  и усредненной за интервал  $\pm T_{\text{ОПР}}/2$ , т.е.

$$\varepsilon_B^2 = 1 / T_{\text{ОПР}} \int_{-T_{\text{ОПР}}/2}^{T_{\text{ОПР}}/2} (1 - R^2(\tau)) d\tau = 1 - 2 / T_{\text{ОПР}} \int_0^{T_{\text{ОПР}}/2} R^2(\tau) d\tau$$

Экстраполяция по коэффициенту корреляции в интервале между двумя выборками была предложена Н. А. Железновым, который показал оптимальность такой экстраполяции независимо от распределения вероятностей амплитуд сообщения  $U_c(t)$ .

При использовании для экстраполяции нескольких предыдущих отсчетов  $X_1, X_2, \dots, X_n$  точность экстраполяции может быть повышена, если интервал времени между отсчетами существенно меньше интервала корреляции сообщения  $U_c(t)$ . Физически ясно, что дисперсия экстраполяции должна уменьшаться вначале пропорционально числу используемых предыдущих отсчетов, а затем более медленно.

Определим необходимую частоту опроса  $F_{\text{ОПР}} = 1 / T_{\text{ОПР}}$  непрерывного сообщения при его дискретизации по времени. Рассмотрим вначале восстановление непрерывного сообщения по его отсчетам с помощью физически нереализуемого идеального фильтра нижних частот (интерполяции с помощью ряда Котельникова). Из рис. 4.1 следует, что частота среза  $F_{\text{СР}}$  идеального фильтра нижних частот должна быть равна  $F_{\text{ОПР}} / 2$ . При этом обеспечивается минимальная ошибка восстановления (заштрихованная площадь на рис. 4.1). Будем считать, что амплитудный спектр передаваемого сообщения на передающей стороне формируется некоторым фильтром нижних частот и повторяет форму амплитудно-частотной характеристики этого фильтра. Предположим, что этим фильтром является фильтр с максимально плоской амплитудно-частотной характеристикой, описываемой следующим выражением:

$$|K(jF)| = 1 / \sqrt{1 + (F / F_{\text{СР}})^{2m}}$$

Для  $m$  целых и положительных такие фильтры называются фильтрами Баттерворса. Частоте среза  $F_{\text{СР}}$  соответствует уровень половинной мощности на характеристике  $|K(jF)|$ . Итак, будем считать, что спектр мощности передаваемого сообщения имеет вид

$$S(F) = |K(jF)|^2 = 1 / [1 + (F / F_{\text{СР}})^{2m}]$$

где  $F_{\text{СР}}$  – ширина спектра сообщения по уровню половинной мощности. Из рис. 4.1 следует, что среднеквадратическая ошибка восстановления сообщения по его отсчетам с помощью идеального фильтра нижних частот будет равна :

$$\epsilon_B^2 = 2 \int_{F_{опр}/2}^{\infty} S(F) dF / \int_0^{\infty} S(F) dF$$

Для нашего случая  $(F_{ср} / F_{опр})^{2m} \gg 1$ , поэтому, после ряда приближений (см. [ 1 ]), окончательно получим  $\epsilon_B^2 = [2^m m / \pi (2m - 1)] q \sin (\pi / 2m)$ .

Здесь и далее используется обозначение  $q = F_{ср} / F_{опр}$ .

Зависимость среднеквадратической ошибки восстановления  $\epsilon_B^2$  от  $q$  представлена на рис. 4.2.

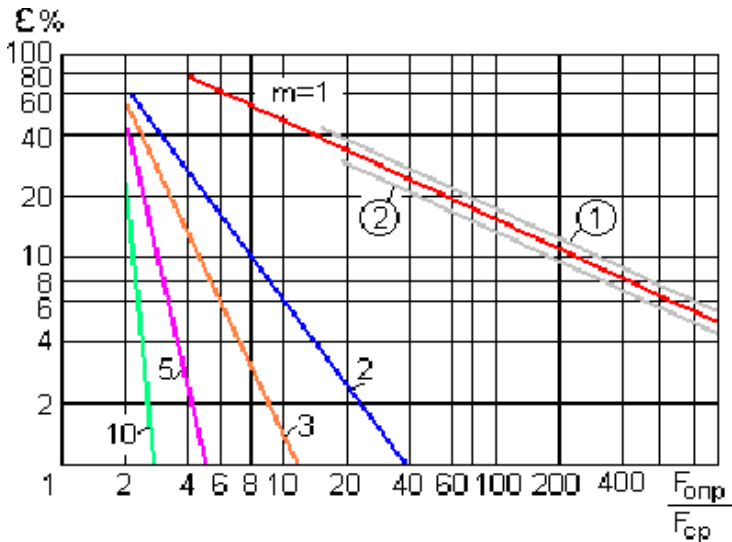


Рис. 4.2. Погрешность восстановления непрерывного сообщения по его дискретным отсчетам с помощью идеального фильтра нижних частот при  $m=1, 2, 3, 5, 10$ , а также при оптимальной экстраполяции (1) и при линейной интерполяции (2).

Эти кривые говорят о резкой зависимости среднеквадратической ошибки от скорости убывания спектра сообщения с частотой. Самым неблагоприятным является случай  $m = 1$  (спектр сообщения имеет форму амплитудно-частотной характеристики RC-фильтра нижних частот). При заданном условии  $q \ll 1$  имеем при  $m = 1$

$$\epsilon_B^2 = (8 / \pi) F_{ср} / F_{опр} = 2,55 q.$$

В этом случае дисперсия ошибки восстановления обратно пропорциональна

частоте опроса. Сообщением со спектром  $S(F) = 1 / [1 + (F / F_{CP})^2]$  соответствует коэффициент корреляции  $R(\tau) = \exp(-2\pi F_{CP} |\tau|)$ . Сообщения с такой корреляционной функцией являются марковскими. Для этих сообщений экстраполяция сигнала между отсчетами сообщения должна производиться с учетом только последнего отсчета, учет других предыдущих отсчетов ничего не дает. Для оптимальной экстраполяции по коэффициенту корреляции получим следующее выражение для среднеквадратической ошибки восстановления сообщения:  $\varepsilon_B^2 = \{1 - (1 / 2\pi q) [1 - \exp(-2\pi q)]\}$

Эта зависимость показана на рис. 4.2, кривая 1. При  $q \ll 1$  получим  $\varepsilon_B^2 \approx \pi q$ .

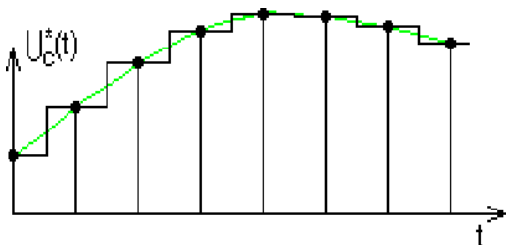


Рис. 4.3. Ступенчатая экстраполяция.

На практике часто применяется восстановление непрерывного сообщения с помощью экстраполяции и интерполяции алгебраическими полиномами. Найдем среднеквадратическую ошибку восстановления сообщения для экстраполятора нулевого порядка (ступенчатая экстраполяция). Процесс восстановления сообщения показан на рис. 4.3.

Найдем среднеквадратическую ошибку, усредненную по времени. При этом достаточно усреднить ошибку за интервал квантования по времени  $T_{OПР}$ . Средний по множеству квадрат ошибки восстановления сообщения в момент времени, отстоящий на время  $\tau$  от последнего отсчета, равен  $\varepsilon_B^2(\tau) = [x(t_i) - y(t_i)]^2 / \sigma_c^2$ , где  $x(t_i)$  – значение непрерывного сообщения в момент времени  $t_i$ ;  $y(t_i)$  – восстановленное значение сообщения в промежутке между выборками сообщения в момент времени  $t_i$ ;  $\sigma_c^2$  – мощность непрерывного сообщения. Для экстраполятора нулевого порядка имеем  $y(t_i) = x(t_i - \tau)$ . Тогда  $\varepsilon_B^2(\tau) = 2 [1 - R(\tau)]$ . Усредняя ошибку  $\varepsilon_B^2(\tau)$  в интервале от  $-T_{OПР} / 2$  до  $T_{OПР} / 2$ , получим для случая экспоненциального коэффициента корреляции [1]:  $\varepsilon_B^2 = 2 \{1 - (1 / \pi q) [1 - \exp(-\pi q)]\}$

При  $F_{OПР} / F_{CP} \gg 1$ ,  $\varepsilon_B^2 = \pi F_{CP} / F_{OПР} = 3,14 q$ , т. е. ступенчатая экстраполяция реализует оптимальную экстраполяцию сообщений. Рассмотрим линейную интерполяцию сообщений (рис. 4.4).

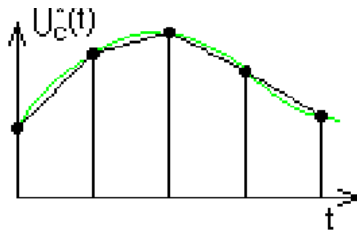


Рис. 4.4. Линейная интерполяция.

Используя ранее приведенную методику определения среднеквадратической погрешности, усредненной по времени, можно показать [ 1 ], что для марковского процесса при  $F_{\text{ОПР}} / F_{\text{СР}} \gg 1$ ,  $\varepsilon_{\text{В}}^2 \approx 2\pi F_{\text{СР}} / 3F_{\text{ОПР}} = 2,09 q$ . Соответствующая кривая представлена на рис. 4.2. Таким образом, при линейной интерполяции дисперсия ошибки в 1,5 раза меньше, чем при экстраполяции сообщений. Сравнение линейной интерполяции с оптимальной интерполяцией марковского процесса [ 4 ], показывает, что при  $F_{\text{ОПР}} / F_{\text{СР}} \gg 1$  линейная интерполяция совпадает с оптимальной.

## 5. Шумы квантования.

При квантовании сообщения по амплитуде весь диапазон возможных значений сообщения разбивается на конечное число частей (зон) или уровней квантования. Вместо значения амплитуды сообщения передается номер зоны, в которой находится в данный момент сообщение. В приемном устройстве при декодировании восстанавливается сообщение с амплитудой, равной значению середины зоны сообщения. При этом (при большом числе уровней квантования) обеспечивается наименьшая ошибка восстановления сообщения. Разность между амплитудой мгновенного отсчета и значением сообщения после схемы декодирования образует помеху, которая называется шумом квантования. Шумы квантования приводят к погрешности при передаче сообщений, среднеквадратическое значение которой мы обозначим через  $\varepsilon_{\text{К}}^2$ . Шумы квантования  $\varepsilon_{\text{К}}^2$  и погрешности  $\varepsilon_{\text{В}}^2$  восстановления сообщения по его дискретным отсчетам являются независимыми, в результате чего результирующая среднеквадратическая ошибка при восстановлении исходного сообщения будет равна:  $\varepsilon_{\text{РЕЗ.}}^2 = \varepsilon_{\text{В}}^2 + \varepsilon_{\text{К}}^2$ .

Разобьем диапазон возможных значений сообщения на  $L$  зон. Если потребовать, как это часто делают при телеизмерениях, чтобы мгновенная ошибка из-за квантования сообщения по амплитуде не превышала заданной величины, то шаг квантования  $\Delta$  (разность между двумя соседними уровнями квантования) выбирается одинаковым для всех уровней квантования. Ошибка квантования в этом случае не превышает величину  $\Delta / 2$ . Если используется критерий минимума среднеквадратической ошибки, то квантование с

одинаковым шагом является оптимальным только для равномерного распределения вероятностей амплитуд передаваемого сообщения.

Найдем среднеквадратическую ошибку квантования. В этом случае рассмотрим плотность вероятностей выборки сообщения в некотором интервале  $\Delta$  при условии попадания сообщения в этот интервал. Из условия нормировки

этой плотности вероятностей  $\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} W(x)dx = 1$  высота прямоугольника

плотности вероятностей  $W(x)$  равна  $1 / \Delta$ . Так как все интервалы  $\Delta$  находятся в одинаковых условиях, то среднеквадратическое напряжение шумов квантования будет равно

$$\sigma_K^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 W(x) dx = (1 / \Delta) \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 dx = \Delta^2 / 12$$

Отметим, что при большом числе уровней квантования среднеквадратическое напряжение шумов квантования равно  $\Delta / 2\sqrt{3}$  при любом распределении вероятностей амплитуд передаваемого сообщения. Пусть вероятность нахождения амплитуды сообщения в  $i$ -й зоне квантования равна  $p_i$ . При большом числе уровней квантования можно считать плотность вероятностей амплитуды сообщения в пределах любой зоны квантования равномерной  $W(x_i) = p_i / \Delta$ . Тогда среднеквадратическое напряжение шумов квантования,

учитывая, что  $\sum_i P_i = 1$ , будет равно

$$\sigma_K^2 = \sum_i \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 W(x_i) dx = (1 / \Delta) \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 dx \sum_i P_i = (1 / \Delta) \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 dx = \Delta^2 / 12,$$

Аналогично, среднеквадратическое значение передаваемого сообщения с равномерным распределением вероятностей в интервале  $L\Delta$  равно

$$\sigma_C^2 = (1 / L\Delta) \int_{-L\Delta/2}^{L\Delta/2} x^2 dx = (L\Delta)^2 / 12$$

Отсюда среднеквадратическая ошибка из-за шумов квантования равна:

$$\varepsilon_K = \sigma_K / \sigma_c = 1 / L$$

При неравномерном распределении амплитуд сообщения среднеквадратическую ошибку можно несколько уменьшить, если при том же числе уровней квантования шаг квантования уменьшить для более вероятных значений сообщения и увеличить для менее вероятных, получаемый при этом выигрыш является обычно небольшим. Поэтому и в связи с тем, что часто при телеизмерениях ограничивается максимальная ошибка, в телеметрии, например, используется преимущественно равномерное квантование по амплитуде. Неравномерное квантование по амплитуде применяется при передаче речи из-за большого пик-фактора речевого сигнала (см. подробнее [3] ) и при передаче изображений.

## 6. Аномальные ошибки и способы их уменьшения

Современный уровень развития микроэлектроники позволяет проектировать и создавать высокоточные АЦП и ЦАПы. Их технических показателей хватило бы с лихвой на то, чтобы обеспечить ничтожно малый уровень ошибок квантования  $\varepsilon_K^2$  и восстановления  $\varepsilon_B^2$ . К сожалению, выбор частоты дискретизации и разрядности, в большинстве случаев, не определяется техническими ограничениями аппаратуры преобразования, а должен быть взаимоуязван при системотехническом проектировании с ошибками при приеме цифрового сообщения по каналу связи с шумами.

Помехи в канале связи и в аппаратуре обработки цифровых потоков приводят к трансформациям одних кодовых комбинаций в другие, а значит, к значительному искажению первичного дискретного отсчета, т.е. к значительным, "аномальным" ошибкам  $\varepsilon_{\Delta H}^2$ .

Суммарная погрешность восстановления сообщения будет равна

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = \varepsilon_K^2 + \varepsilon_B^2 + \varepsilon_{\Delta H}^2$$

Пусть передаваемые уровни квантования равновероятны. В этом случае необходимо, чтобы передаваемым числам соответствовали сигнальные точки регулярного кода. Если мы попытаемся некоторые сигнальные точки регулярного кода раздвинуть в пространстве сигналов, например, чтобы уменьшить вероятности перехода определенных уровней квантования на отдаленные уровни, то одновременно нам придется некоторые сигнальные точки кода приблизить друг к другу. Таким образом, при передаче равновероятных чисел (уровней квантования) можно только оптимизировать систему сопоставления чисел кодовым комбинациям, т. е. оптимизировать нумерацию сигнальных точек регулярного кода. Сказанное справедливо и для неравномерного, но достаточно пологого априорного распределения вероятностей передаваемых чисел. Для резко неравномерного априорного распределения оптимальным кодом может оказаться и нерегулярный код. Найдем среднеквадратическую ошибку, вызванную помехами в канале связи, для

некоторых кодов. Рассмотрим безызбыточные коды. Известно, что для двоичного симметричного канала связи с независимыми ошибками и равномерного распределения передаваемых чисел, оптимальным кодом, минимизирующим среднеквадратическую ошибку, является обычный двоичный код, который будем называть простым. Определим среднеквадратическую ошибку восстановления сигнала из-за помех в канале связи. Пусть используется двоичный симметричный канал с независимыми ошибками в приеме разрядов и число уровней квантования  $L = 2^n$ . При равновероятном распределении вероятностей передаваемого сообщения и независимости ошибок в разных разрядах для указанного канала можно показать [1], [5], что мощность аномальных ошибок будет равна  $\sigma_{\text{АН}}^2 = P \Delta^2 [(L^2 - 1) / 3 + 1 - L]$  где  $P$  – вероятность ошибки в приеме двоичного разряда. При  $L \gg 1$   $\sigma_{\text{С}}^2 = P \Delta^2 L^2 / 3$  и в итоге  $\varepsilon_{\text{АН}}^2 = \sigma_{\text{АН}}^2 / \sigma_{\text{С}}^2 = 4 P$ .

### 6.1. Свернутый код и коды с исправлением ошибок

Величина среднеквадратической ошибки зависит от априорного распределения амплитуд передаваемого сообщения. Если значения передаваемого сообщения сосредоточены вблизи середины шкалы измерений, то более помехоустойчивым является так называемый свернутый код, который является также двоичным безызбыточным, кодом. В свернутом коде комбинации, соответствующие числам первой половины шкалы, совпадают с комбинациями простого кода, а кодовые комбинации, соответствующие числам второй половины шкалы, являются противоположными кодовым комбинациям первой половины шкалы [1]. Хотя при одинаковых вероятностях искажения символа сигнала свернутый код может при определенных априорных распределениях вероятностей сообщения обеспечить в несколько раз меньший средний квадрат ошибки по сравнению с простым кодом, выигрыш по требуемой мощности сигнала в этом случае будет незначительным из-за экспоненциального уменьшения вероятностей искажения символа с увеличением отношения сигнал / шум. При использовании помехоустойчивых регулярных кодов с исправлением ошибок разработаны методы оптимальной нумерации сигнальных точек, минимизирующий среднеквадратическую ошибку. Однако, как и в случае безызбыточных кодов в радиоканалах без замираний, эта оптимизация дает незначительный выигрыш в требуемом отношении сигнал / шум.

### 6.2. Эквидистантный код.

Для кодов с большой избыточностью система сигнальных точек приближается к эквидистантной, для которой порядок нумерации сигнальных точек безразличен. Найдем среднеквадратическую ошибку для эквидистантного кода, считая, что вероятность трансформации любой кодовой комбинации одинакова и равна  $P_T = (L - 1) P_{ij}$ , где  $P_{ij}$  – вероятность трансформации числа  $i$  в число  $j$ ; передаваемые числа 1, 2, ...,  $L$  равновероятны. Как и при передаче дискретных сообщений, симплексные, биортогональные и близкие к ним коды

обеспечивают наивысшую помехоустойчивость передачи аналоговых сообщений. При  $L \gg 1$  будем считать, что абсолютная ошибка при передаче  $i$ -го числа есть  $U_{Ti} = \Delta(j - i)$ . Усредняя по всем  $i$  с учетом априорной вероятности появления  $i$ -го числа  $P(X_i) = 1 / L$ , окончательно получим [ 1 ]:

$$\varepsilon_{\text{АН}}^2 = 2 P_T(L + 1) / L \approx 2P_T.$$

### 6.3. Взвешенная КИМ

Кроме классических помехоустойчивых кодов (биортогональных, симплексных и др.) для повышения помехоустойчивости передачи аналоговых сообщений можно использовать специфические коды. Например, двоичный безызбыточный код можно перекодировать таким образом, что энергия сигнала, отводимая на передачу отдельных разрядов, изменяется в зависимости от "веса" или величины погрешности, возникающей при искажении этого разряда, т. е. энергия, отводимая на передачу старших разрядов, будет тем больше, чем старше разряд. Анализ показывает, что минимальная среднеквадратическая ошибка восстановления сигнала достигается, если дисперсии погрешностей, вносимые разными разрядами, равны друг другу, т. е. энергия, отводимая на передачу  $i$ -го разряда, должна определяться из условия:  $P_i (2^{i-1})^2 = \text{const}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $P_i$  – вероятность ошибки при приеме  $i$ -го двоичного разряда. Так, как вероятность ошибки;  $P_i$  зависит от отношения сигнал/шум, радиоприем можно оптимизировать для определенного (порогового) отношения сигнал/шум. При высоких требованиях к точности передачи сигналов (малые  $P_i$ ), распределение энергии по разрядам мало отличается от равномерного и выигрыш «взвешенной» КИМ по сравнению с простым безызбыточным двоичным кодом невелик.

### 6.4. Использование корреляции между отсчетами при высокоточной передаче первичных сообщений

При высокоточной передаче, (когда соседние дискретные отсчеты сильно коррелированы между собой) появляется возможность без ухудшения качества передачи (не следует путать с системами сжатия сообщений) сократить цифровой поток выходных данных за счет применения более коротких кодовых групп. Подобного рода системы передачи называются системами с предсказанием и дельта-модуляцией. В них по каналу связи передается только разность между действительным и предсказанным значением отсчета. Это существенно сужает диапазон возможных значений амплитуд передаваемых отсчетов и, следовательно, длину кодовых групп.

Будем рассматривать передачу стационарных случайных сообщений, когда отсчеты являются существенными и должны быть переданы по каналу связи. Если разность между значениями сообщения и предсказанными значениями в моменты отсчетов квантуется только на два уровня (амплитуда сообщения возрастает или уменьшается), то такая система называется системой с дельта-модуляцией.

Если экстраполятор формирует условное среднее  $M_n(i T_{\text{ОПР}})$ , то на выходе вычитающего устройства появляются в моменты опроса независимые случайные сигналы с дисперсией  $D_n(i T_{\text{ОПР}})$ . Кодировщик устройства, как и в системе с КИМ, должно оптимально проквантовать и закодировать сигнал на выходе вычитающего устройства. Пусть в системе КИМ возможный диапазон амплитуд разбивается на  $L$  зон шириной  $\Delta$ ; распределение вероятностей амплитуд будем считать равномерным. Тогда для передачи номера зоны сообщения потребуется  $\log L$  двоичных знаков. Для системы с предсказанием диапазон возможных значений квантуемого сигнала значительно меньше и определяется способом работы и сложностью построения предсказателя. Если обеспечивается  $\Delta > D_n(i T_{\text{ОПР}})$ , то после передачи начального отсчета с помощью группы из  $\log L$  двоичных знаков, на каждый последующий можно тратить всего лишь один двоичный знак.

Рассмотрим передачу марковского сообщения. В этом случае выигрыш в скорости передачи информации, будет равен [ 1 ]:

$$\eta_R = ( \log L ) / \log ( 2 L \varepsilon_B )$$

При  $L \varepsilon_B = 1$  приходим к дельта-модуляции. Вспомним ранее выведенный результат связи числа уровней квантования  $L$  и ошибки квантования  $\varepsilon_K$  для равновероятного распределения амплитуд отсчетов:  $L = 1 / \varepsilon_K$ . Таким образом, для марковского процесса, при  $\varepsilon_B = \varepsilon_K$  возможно использование дельта-модуляции. При этом реализуется максимально возможный выигрыш систем с предсказанием в скорости передачи информации, равный  $\eta_R = \log L$ . Если же скорость передачи не менять, то возможно существенное уменьшение уровня аномальных шумов за счет увеличения длительности, а значит, и энергии двоичного разряда.

В заключении следует отметить, что системам с предсказанием свойственен недостаток, заключающийся в накоплении и размножении ошибок при приеме сигналов. Возникшая ошибка приводит к ошибочному восстановлению последующих предсказываемых с помощью этого сигнала отсчетов и изменению постоянной и низкочастотных составляющих. Накопление таких ошибок может быть исключено передачей этих составляющих. Размножение ошибок можно существенно уменьшить, используя методы повышения достоверности принимаемой информации. В этом случае стертый отсчет заменяется при восстановлении предсказанным значением. При передаче сообщений, имеющих постоянную составляющую, целесообразно объединять передаваемые отсчеты в блоки. В этом случае в начале блока передается полное значение одного отсчета, а остальные отсчеты, входящие в блок, передаются методом дельта-модуляции. Если число объединяемых в блок отсчетов есть  $m$ , то выигрыш в скорости передачи будет равен:

$$\eta_R = m ( \log L ) / ( m - 1 + \log L ) = \log L / [ 1 + ( \log L - 1 ) / m ]$$

Для сообщений, не содержащих постоянную составляющую (речь, музыка и т.д.), использование систем с предсказанием является наиболее эффективным. Подробнее о системах с предсказанием см. литературу [ 1 ], [ 3 ] и [ 5 ].

## 6.5. Применение кодирования с обнаружением ошибок

В цифровых радиолиниях для обеспечения высокой точности передачи непрерывных сообщений необходимо передавать большое число отсчетов на интервале времени, равном интервалу корреляции передаваемого сообщения, что приводит к большой корреляции передаваемых отсчетов. Поэтому помехоустойчивость радиолинии можно повысить, если стирать тем или иным способом принимаемые недостоверные отсчеты, а стертый отсчет заменять предсказанным. Следует предполагать, что такой способ повышения помехоустойчивости будет достаточно эффективен, так как при искажении кодовой комбинации передаваемый уровень квантования заменяется ближайшим (предсказанным). Стирание недостоверного отсчета можно обеспечить либо применением кодов с обнаружением ошибок, либо за счет отбраковки аномальных ошибок при вторичной обработке принятой информации, когда, например, по предыдущим отсчетам предсказывается принятый текущий отсчет и если текущий отсчет отличается от предсказанного более, чем на заданную величину, он считается недостоверным и заменяется предсказанным. Последний способ широко применяется при вторичной обработке телеметрической информации.

Рассмотрим применение кодов с обнаружением ошибок. Для канала со стиранием в общем виде можно записать, что относительный средний квадрат ошибки восстановления сообщения равен

$$\varepsilon_{\Sigma}^2 = \varepsilon_K^2 + \varepsilon_O^2 + \varepsilon_T^2, \quad (6.1)$$

где  $\varepsilon_K$  – ошибка из-за квантования сообщения по амплитуде;  $\varepsilon_O$  ошибка экстраполяции с учетом стирания отсчетов и с заменой стертого отсчета предсказанным. (При отсутствии стираний  $\varepsilon_O^2$  равна ошибке восстановления  $\varepsilon_B^2$ );  $\varepsilon_T^2$  – ошибка из-за трансформации отсчетов (из-за необнаруженных ошибок).

Найдем составляющую ошибки восстановления  $\varepsilon_O^2$  из-за стирания отсчетов. Вероятность стирания отсчета обозначим через  $P_0$ . Пусть передаваемое сообщение – нормальный марковский процесс с коэффициентом корреляции  $R(\tau) = \exp(-2\pi F_{CP}|\tau|)$ . Примем, что восстановление сообщения между отсчетами при отсутствии стираний производится методом экстраполяции по закону коэффициента корреляции вперед и назад на интервал  $T_{OПР} / 2$ . При стирании отсчета производится экстраполяция вперед в интервале  $T_{OПР}$ , соответствующем этому стертому отсчету. В этом случае относительный средний квадрат ошибки  $\varepsilon_O^2$  будет равен

$$\varepsilon_O^2 = \sum_{i=1}^{\infty} P(iT_{OПР}) \frac{1}{iT_{OПР}} \left\{ \int_0^{iT_{OПР} - T_{OПР}/2} [1 - R^2(\tau)] d\tau + \int_0^{T_{OПР}/2} [1 - R^2(\tau)] d\tau \right\},$$

где  $P(i, T_{\text{ОПР}})$  – распределение вероятностей длины интервала между экстраполируемыми отсчетами,  $i$  – число интервалов  $T_{\text{ОПР}}$  между экстраполируемыми отсчетами. Если стирания отсчетов отсутствуют, то  $i = 1$ , и мы получаем выражение для ошибки восстановления  $\varepsilon_B^2$ .

Можно показать [1], что при высокой точности передачи сообщений (в этом случае  $F_{\text{CP}} / F_{\text{ОПР}} \ll 1$ )

$$\begin{aligned} \varepsilon_O^2 &\approx (\pi F_{\text{CP}} / F_{\text{ОПР}})(1 + P_0)^2 / [1 - P_0(1 - \pi F_{\text{CP}} / F_{\text{ОПР}})] \approx \\ &\approx \varepsilon_B^2 (1 + P_0)^2 / (1 - P_0), \end{aligned} \quad (6.2.)$$

где  $\varepsilon_B^2 = \pi F_{\text{CP}} / F_{\text{ОПР}}$ .

Определим теперь вероятность стирания  $P_0$  отсчета и средний квадрат ошибки  $\varepsilon_T^2$ . Используя рассуждения, аналогичные тому, которые проводились при выводе формулы  $\varepsilon_{\text{АН}}^2 = 4p$ , можно установить, что относительный средний квадрат ошибки, обусловленный одиночными ошибками, определяется выражением:  $\varepsilon_{T1}^2 = 4p(1 - p)^{m-1}$ .

Можно показать [1], что при возникновении ошибки  $i$ -го порядка

$$\varepsilon_{Ti}^2 = 4 C_{m-1}^{i-1} p^i (1 - p)^{m-i}.$$

Полученную формулу используем для оценки эффективности различных кодов. В частности, для кода без избыточности имеем  $P_0 = 0$ ,  $\varepsilon_T^2 = 4p$ .

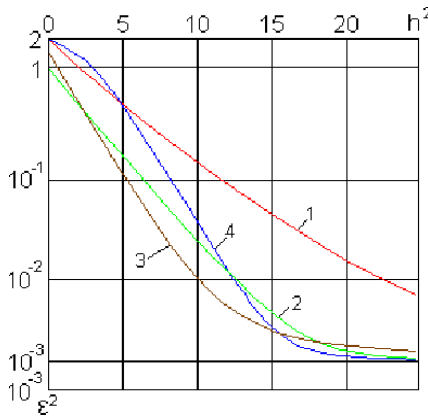


Рис. 6.1.

С использованием этого выражения и формулы (6.1) на рис. 6.1 приведена зависимость результирующей погрешности восстановления сообщения  $\varepsilon_{\Sigma}^2$  (кривая 1) от отношения энергии, затрачиваемой на передачу одного отсчета, к спектральной плотности шумов. При расчетах было принято, что число уровней квантования сообщения  $L = 32$  ( $m = 5$ ),  $\varepsilon_K^2 = \varepsilon_B^2 = 10^{-3}$ , и для передачи кодовых слов используется фазовая манипуляция на  $180^\circ$  и когерентный прием.

Пусть теперь для передачи сообщений используется код с проверкой на четность ( $m$  символов информационных и  $k = 1$  – проверочный) и при приеме используется свойства этого кода обнаруживать ошибки нечетной кратности (одиночные, тройные и т. д.). Найдем средний квадрат ошибки восстановления сообщения за счет ошибок четных кратностей. Несложно вывести, что для кода с проверкой на четность, относительный средний квадрат ошибки восстановления сообщения при двукратных ошибках будет равен

$$\varepsilon_{T2}^2(k = 1) = 4 \left( C_{m-1}^1 + 1 \right) p^2 (1-p)^{m-1}.$$

Можно показать [ 1 ], что кратные ошибки больше второй кратности дают относительный средний квадрат ошибки восстановления сообщения, равный

$$\varepsilon_{Ti}^2(k = 1) = 4 \left( C_{m-1}^{i-1} + C_{m-1}^{i-2} \right) p^2 (1-p)^{m+1-i}.$$

Учитывая свойство кода с проверкой на четность обнаруживать ошибки только нечетной кратности, можно записать

$$P_0(\kappa = 1) = \sum_{k=1}^{(m+1)/2} C_{m+1}^{2k-1} p^{2k-1} (1-p)^{m-2k+2},$$

$$\varepsilon_T^2(\kappa = 1) = \sum_{k=1}^{(m+2)/2} 4 \left( C_{m-1}^{2k-1} + C_{m-1}^{2k-2} \right) p^{2k} (1-p)^{m+1-2k}.$$

С использованием полученных формул результирующая погрешность восстановления  $\varepsilon_{\Sigma}^2$  с учетом выражений (6.1) и (6.2) представлена на рис. 6.2 (кривая 2).

Проводя аналогичные рассуждения, для обнаруживающих кодов с числом проверочных символов  $k$  и минимальным кодовым расстоянием  $d$  можно записать, пренебрегая возможностью кода обнаруживать некоторые ошибки кратностью более  $d-1$ :

$$P_0(\kappa, d) = \sum_{i=1}^{d-1} C_{m+\kappa}^i p^i (1-p)^{m+\kappa-i},$$

$$\varepsilon_T^2(\kappa, d) = \sum_{i=d\kappa}^{m+\kappa} 4 p^i (1-p)^{m+\kappa-i} \sum_{j=1}^{r+1} C_{\kappa}^{j-1} C_{m-1}^{i-j}.$$

С использованием полученных формул на рис. 6.1 приведена кривая  $\varepsilon_{\Sigma}^2$ . (кривая 3) для кода с  $d = 5$  ( $\kappa = 6$ ). Здесь следует отметить, что при значительном увеличении числа проверочных символов наблюдается уменьшение помехоустойчивости вследствие уменьшения энергии, приходящейся на один символ кодового слова, и, следовательно, увеличения вероятности стирания отсчетов.

На рис. 6.1. также для сравнения представлена кривая 4 при  $\varepsilon_T^2 = 2 P_T$  для случая передачи сообщений ортогональными кодами и приеме в целом (при этом  $P_0 = 0$ ). Анализ полученных кривых говорит о высокой эффективности использования кодов с обнаружением ошибок при передаче коррелированных отсчетов сообщения.

## 7. Виды модуляции и способы приема цифровых сигналов.

В этом разделе рассмотрим помехоустойчивость основных методов передачи и приема двоичной информации, когда в приемном устройстве выносится решение о приеме «1» или «0».

### 7.1. Помехоустойчивость радиоприемных устройств с частотной манипуляцией сигналов.

Будем рассматривать помехоустойчивость основной схемы приема частотно-манипулированных сигналов, изображенной на рис. 7.1.

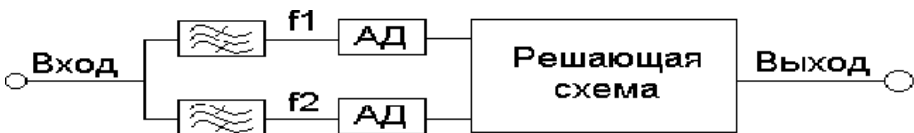


Рис. 7.1. Схема приема частотно-манипулированных сигналов.

Помеха представляет собой шум со спектральной плотностью на входе приемника  $G_{\text{ш}}$ . Показано, что ограничитель в приемнике не влияет на помехоустойчивость приема, поэтому его можно не учитывать. Частотно-манипулированный сигнал поступает на входы двух согласованных фильтров,

настроенных на частоты  $f_1$  и  $f_2$ . После детекторов видеосигналы поступают на решающую схему, которая выносит решение о приеме сигнала с частотой  $f_1$  или  $f_2$  в зависимости от того, в канале какой из этих частот после детектора напряжение больше. Будем считать шумы в каналах  $f_1$  и  $f_2$  независимыми.

После согласованного фильтра отношение мощностей сигнал/шум будет равной  $h_0^2$ . Будем считать, что после фильтров стоят линейные детекторы. Тогда вероятность ошибочного приема символа 1 или 0, имеющего длительность  $\tau_c$  определится из известного выражения

$$P = 0,5 \exp(-h_0^2/2), \text{ где } h_0^2 = Q_E = Q \tau_c \text{ (см. раздел 3)}$$

Это выражение представлено графически на рис. 7.2 кривая 1.

Пусть теперь детекторы являются синхронными. В этом случае вероятность ошибки определится из выражения.

$$P = 0.5 [1 - \Phi(h_0)], \text{ где } \Phi(x) - \text{интеграл вероятности.}$$

Это выражение представлено кривой 2.

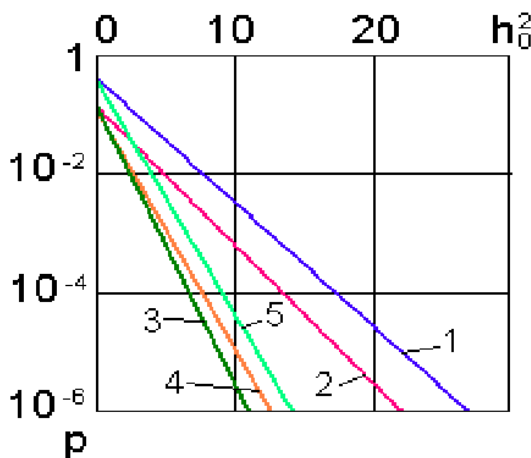


Рис 7.2. Вероятность ошибки при приеме двоичных разрядов:

Сравнение кривых вероятности ошибки говорит о том, что при некогерентном приеме требуется мощность сигнала, в некоторое число  $\eta$  раз больше по сравнению с когерентным приемом при одной и той же вероятности ошибки. Зависимость  $\eta$  от величины  $h_0^2 = P_c / P_{ш}$ , необходимой для когерентного приема, определена графически (рис. 7.3).

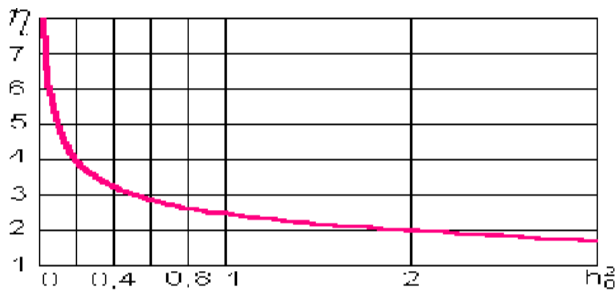


Рис.7.3. Коэффициент потерь мощности при некогерентном детектировании.

При  $P_c / P_{\text{ш}} \ll 1$  потери мощности сигнала при некогерентном приеме начинают быстро расти. Это связано с эффектом подавления слабого сигнала сильным при детектировании.

При нестабильностях частоты и влиянии эффекта Доплера приходится расширять полосы пропускания фильтров до детекторов, а оптимальную фильтрацию осуществлять после детектора. С помощью кривой рис.7.3 можно определить потери мощности сигнала в этом случае по сравнению с когерентным приемом [ 1 ].

## 7.2. Помехоустойчивость радиолиний с фазовой манипуляцией сигналов.

Фазовая манипуляция радиосигналов обеспечивает наивысшую помехоустойчивость приема двоичных сигналов. Для демодуляции фазоманипулированных сигналов в приемном устройстве необходимо иметь сигнал с опорной фазой, с которой сравнивается фаза принимаемого сигнала. В космических совмещенных радиолиниях опорная фаза в приемном устройстве выделяется из несущей с помощью системы ФАП. Однако необходимость передачи несущей частоты заставляет производить манипуляцию фазы не на  $180^\circ$ , а меньше (порядка  $120^\circ$ ), что несколько ухудшает помехоустойчивость системы- передачи информации. Если использовать фазовую манипуляцию на  $180^\circ$  и не использовать передачу пилот - сигнала, то несущая в спектре передаваемого сигнала будет отсутствовать, т. е. будет отсутствовать канал передачи опорной фазы, в связи с чем сигналы с фазовой манипуляцией передаются только методом относительной фазовой манипуляции, когда опорной фазой для передаваемого символа служит фаза предыдущего символа, В этом случае при передаче, например, символа «1» фаза колебания остается той же, что и у предыдущей посылки, при передаче «0» фаза меняется на  $180^\circ$ . При этом в начале сеанса связи должен быть передан один вспомогательный символ для первого информационного символа. Существует два способа приема сигналов с относительной фазовой манипуляцией – когерентный и

некогерентной. Одна из возможных функциональных схем когерентного способа приема показана на рис. 7.4.

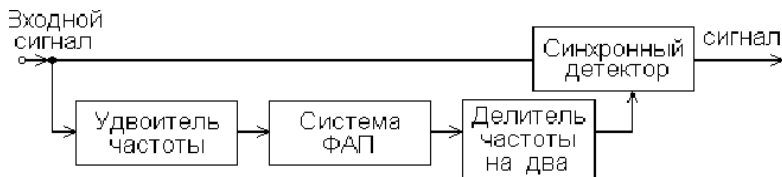


Рис. 7.4. Функциональная схема когерентного способа приема.

Здесь удвоитель частоты снимает фазовую манипуляцию несущей, после чего колебание на удвоенной частоте синхронизирует узкополосную систему ФАП, на входе которой шумы практически отсутствуют. После делителя частоты получается когерентное напряжение. С выхода синхронного детектора напряжение поступает на схему перекодирования сигналов с относительной манипуляцией в обычный двоичный сигнал. При нестабильности частот радиолинии и эффекте Доплера схема дополняется схемой поиска сигнала по частоте.

На рис. 7.5 показана функциональная схема некогерентного приема сигналов с относительной фазовой манипуляцией. В фазовом детекторе производится перемножение колебаний двух соседних посылок. Если фазы соседних посылок совпадают, на выходе появляется импульс положительной полярности, если фазы соседних посылок отличаются на  $180^\circ$ , на выходе – импульс отрицательной полярности. Схема некогерентного приема имеет то преимущество, что в приемном устройстве не требуется время для вхождения в синхронизм по фазе, как при когерентных методах приема.

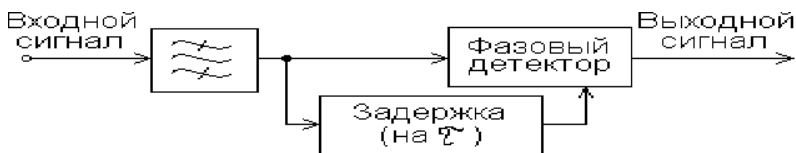


Рис.7.5. Функциональная схема некогерентного приема сигналов ОФМ.

Рассмотрим помехоустойчивость сигналов с фазовой и относительной фазовой манипуляцией. При фазовой манипуляции на  $180^\circ$  и наличии в приемном устройстве сигнала с опорной фазой (теоретический случай) вероятность ошибочного приема символа определяется формулой  $P = 0,5 \{1 - \Phi[(\sqrt{2}) h_0]\}$ .

Кривая 3, вычисленная по этой формуле, изображена на рис. 7.2. Рассмотрим когерентную относительную фазовую манипуляцию. В этом случае искажение одной посылки приведет к искажению двух после перекодирования.

Ошибка появится, если предыдущая посылка принята ошибочно, а настоящая правильно, или наоборот. Так как эти события независимы, то результирующая вероятность ошибки будет равна  $2P_1(1 - P_1)$ , где  $P_1 = 0,5 (1 - \Phi(\sqrt{2} h_0))$ . Отсюда получаем окончательно  $P = 0,5 \{1 - \Phi^2(\sqrt{2} h_0)\}$ . Кривая 4, вычисленная по этой формуле, изображена на рис. 7.2.

Рассмотрим некогерентную фазовую манипуляцию. При анализе удобно рассматривать прием сигналов с относительной манипуляцией как прием составных сигналов, когда символ «1» передается сигналом «11» или «00», а символ «0» – сигналом «10» или «01».

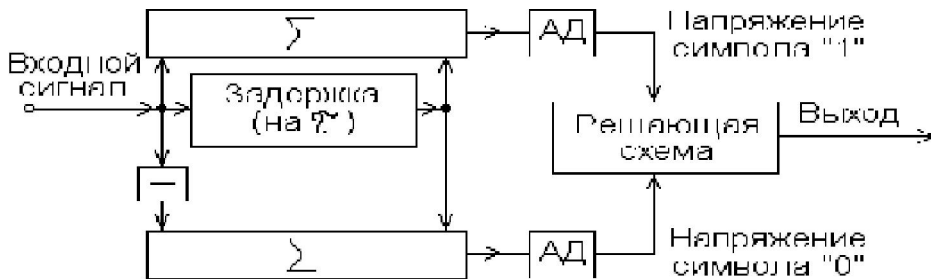


Рис.7.6. Функциональная схема некогерентного приема сигналов с ОФМ, как составных сигналов.

Схема некогерентного приема фазоманипулированного составного сигнала (рис.7.6) не требует дополнительной перекодировки символов. Оптимальная фильтрация сигналов осуществляется до линии задержки. Детекторы огибающей и решающая схема те же, что и в схеме приема некогерентных частотно-манипулированных сигналов, показанной на рис. 7.1. Знак минус в квадрате на схеме рис. 7.6 обозначает поворот фазы колебания на  $180^\circ$ . Помехоустойчивость схемы рис. 7.6 определяется аналогичными соотношениями, как и в схеме некогерентного приема частотно-манипулированных сигналов, но с лучшим в два раза отношением мощностей сигнал/шум до детекторов. Поэтому для некогерентного приема сигналов с относительной фазовой манипуляцией сразу можно записать следующее выражение для вероятности искажения символа:  $p = 0,5 \exp(-h_0^2)$ . Кривая 5, соответствующая этой формуле, представлена на рис. 7.2.

Использование некогерентного приема сигнала с относительной фазовой манипуляцией в космических радиолиниях определяется величинами нестабильности частот передатчика и гетеродинов приемника и наличием эффекта Доплера. Обозначим уход частот передатчиков и гетеродинов приемника относительно друг друга плюс уход частоты из-за эффекта Доплера через  $\Delta f_H$ .

Набег фазы за время, равное длительности символа  $\tau$ , составит  $\Delta\varphi = 2\pi \Delta f_H \tau$ . Если  $\Delta\varphi > \pi / 2$ , то возникает, так называемая, «обратная работа», когда символ «1», передаваемый, например, составным сигналом «11», превратится в приемнике в составной сигнал «10» (символ «0») и, наоборот, составные сигналы «10» и «01» превратятся в символ «1». Таким образом, должно с запасом выполняться неравенство  $2\pi \Delta f_H \tau < \pi / 2$ , где  $f_H$  – несущая частота (амплитуда сигнала на выходе пропорциональна  $\cos\Delta\varphi$ ).

В заключение отметим, что при определенных видах информации и методах кодирования допускается «обратная работа» и при наличии нестабильности частот радиолинии и эффекта Доплера. Для приема сигналов с фазовой или относительной фазовой манипуляцией могут быть построены достаточно простые схемы приемников. К таким видам информации относятся: предельно ограниченный речевой сигнал, передача информации ортогональными кодами (в общем случае кодами, когда кодовая комбинация и противоположная ей кодовая комбинация декодируется как одно и то же), работа на поднесущих частотах, когда используется частотная манипуляция поднесущих (модуляция типа КИМ-ЧМ-ФМ) и др. Подробнее см. [ 1 ].

#### Список литературы

- 1.Тепляков И.М., Калашников И.Д., Рошин Б.В., Радиолинии космических систем передачи информации. М., "Сов. радио", 1975.
- 2.Под редакцией Типугина В.Н. и Вейцеля В.А., Основы радиоуправления. М., " Сов. радио ", 1973.
- 3.Баранников Л.Н., Фомин А.И., Цифровые методы передачи речевых сообщений, М., Издательство МАИ, 1996.
- 4.Величкин А.И. Теория дискретной передачи непрерывных сообщений, М., "Сов. радио", 1970г.
- 5.Теория электрической связи, Учебник под ред. Д. Д. Кловского, М., "Радио и связь", 1998г.
6. Баранников Л.Н., Фомин А.И., Синхронизация в цифровых радиосистемах передачи информации ЛА, М., Издательство МАИ, 1999г.

## Оглавление

|                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Введение.....                                                                                 | 3  |
| 2. Основы построения и проектирования цифровых РСПИ.....                                         | 3  |
| 2.1. Этапы НИР и основные решаемые вопросы.....                                                  | 4  |
| 2.2. Реализация системного подхода.....                                                          | 5  |
| 3. Оценка энергетических характеристик радиолинии.....                                           | 5  |
| 4. Ошибки дискретизации и восстановления.....                                                    | 11 |
| 5. Шумы квантования.....                                                                         | 17 |
| 6. Аномальные ошибки и способы их уменьшения.....                                                | 19 |
| 6.1. Свернутый код и коды с исправлением ошибок.....                                             | 20 |
| 6.2. Эквилибристичный код.....                                                                   | 20 |
| 6.3. Взвешенная КИМ.....                                                                         | 21 |
| 6.4. Использование корреляции между отсчетами при высокоточной передаче первичных сообщений..... | 21 |
| 6.5. Применение кодирования с обнаружением ошибок.....                                           | 23 |
| 7. Виды модуляции и способы приема цифровых сигналов.....                                        | 26 |
| 7.1 Помехоустойчивость радиолиний с частотной манипуляцией сигналов .....                        | 26 |
| 7.2. Помехоустойчивость радиолиний с фазовой манипуляцией сигналов.....                          | 28 |
| Список литературы.....                                                                           | 31 |