



**МОСКОВСКИЙ
АВИАЦИОННЫЙ
ИНСТИТУТ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**Г. Г. ДЖАВАДОВ
М. И. СЫЧЕВ**

**ПРОСТРАНСТВЕННО-
ВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ
ПОДАВЛЕНИЯ
АКТИВНЫХ ШУМОВЫХ
ПОМЕХ В РЛС**

МОСКВА • 1993

КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТОК
СРОКОВ ВОЗВРАТА
КНИГА ДОЛЖНА БЫТЬ
ВОЗВРАЩЕНА НЕ ПОЗЖЕ
УКАЗАННОГО ЗДЕСЬ СРОКА
Колич. пред. выдач.

621.396.9/075/6р МАИ
Д-40 Джавадов Г.Г.
Пространств.-времен.
методы
1993 15-00

Г.Г.

Государственный Комитет Российской Федерации
по высшему образованию

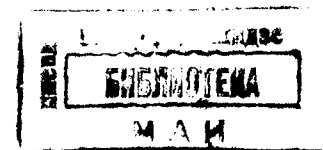
МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА И ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

Г.Г. ДЖАВADOV, М.И. СЫЧЕВ

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ
ПОДАВЛЕНИЯ АКТИВНЫХ ШУМОВЫХ ПОМЕХ
В РЛС

Учебное пособие
к лабораторной работе

Утверждено
на заседании редсовета
29 апреля 1993 г.



Москва
Издательство МАИ
1993

Джавадов Г.Г. (разд. I.I, I.5), Сычев М.И. (разд. I.3, I.4, 2.I):
Пространственно-временные методы подавления активных шумовых
помех в РЛС: Учебное пособие к лабораторной работе. -М.: Изд-во
МАИ, 1993. - 20 с.: ил.

Рассматривается моделирование процесса обработки сигналов
в пространственно-многоканальных РЛС с ФАР или дополнительными
компенсационными каналами. Натурное исследование подобных систем
в условиях вузовской лабораторной базы нереализуемо, поэтому един-
ственным путем исследования является моделирование на ЭВМ.

Для лабораторных работ по дисциплинам специализации "Прост-
ранственно-временная обработка сигналов" и "Алгоритмическое обес-
печение РЛС".

Рецензенты: М.Б. Тенин, О.В. Махариноский

Тем. план 1994, поз. 68

Джавадов Гарри Гургенович
Сычев Михаил Иванович

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ
МЕТОДЫ ПОДАВЛЕНИЯ АКТИВНЫХ
ШУМОВЫХ ПОМЕХ В РЛС

Редактор М.С. Винниченко
Техн. редактор Е.А. Смирнова

Подписано в печать 09.II.93

Бум. офсетная. Формат 60x84 I/I6. Печать офсетная

Усл. печ. л. I, I6. Уч.-изд. л. I, 00. Тираж 500

Зак. 2388 / 749. CI28. Отпускная цена для реализации в МАИ I5 руб.

Типография издательства МАИ

I2587I, Москва, Волоколамское шоссе, 4

ISBN 5-7035-1142-9

© Московский авиационный институт, 1993

ВВЕДЕНИЕ

В работе изучаются методы подавления преднамеренных
и непреднамеренных активных помех, воздействующих на РЛС. Особен-
ностью таких помех является то, что их источники сосредоточены
в пространстве, т.е. они являются "точечными". Число подобных ис-
точников помех во многих ситуациях невелико. Это могут быть излу-
чения соседних РЛС (в аэропортах), промышленные помехи, предна-
меренные активные помехи. Обычно их ширина спектра частот значи-
тельно больше полосы частот используемого в РЛС зондирующего сиг-
нала. Поэтому такая помеха шумоподобна и может считаться некорре-
лированной во времени.

Согласованная частотно-временная обработка полезного сигнала
позволяет существенно снизить мощность сигнала активной помехи
на выходе линейной части приемника, но часто этого оказывается
недостаточно. Вследствие значительного превосходства плотности
мощности активной помехи в раскрыве антенны РЛС над плотностью
мощности полезного сигнала помеха, даже будучи принятой по боковым
лепесткам диаграммы направленности антенны (ДНА), нарушает нор-
мальную работу РЛС. Точечный характер источников активной помехи
приводит к тому, что при пространственно многоканальном приеме
ее сигналы в различных приемных каналах сильно коррелированы меж-
ду собой. Поэтому при когерентном весовом суммировании сигналов
парциальных приемных каналов можно добиться подавления сигналов
активных помех. Таким образом, подбором вектора весовых коэффи-
циентов адаптивной антенной решетки можно сформировать в результи-
рующей приемной диаграмме направленности глубокие относительно
направления максимального усиления "провалы" (-20...-30 дБ) в на-
правлениях прихода активных помех [1, 2]. При адаптивном форми-
ровании такого вектора весовых коэффициентов необходимо в принимае-
мой пространственно-временной выборке избавиться от полезного сиг-
нала, чтобы исключить его подавление, и от сигналов пассивных мо-
мех [3]. Их источники обычно являются объемно или поверхностно
распределенными и не могут быть подавлены таким образом, т.к.
"провалы" в диаграмме направленности приемной антенны являются

узкими по сравнению с шириной ДНА. Наличие пассивной помехи существенно ухудшает работу адаптивных алгоритмов компенсации активных помех. Поэтому для адаптации используется часть пространственно-временной выборки, свободная от сигналов пассивной помехи. Она может быть получена, например, при работе РЛС в пассивном режиме либо в активном режиме путем выбора временных и частотных интервалов, свободных от полезного сигнала и пассивных помех.

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Адаптация антенной решетки по критерию минимума средней квадратической ошибки

Теоретические основы линейной фильтрации по критерию минимума средней квадратической ошибки заложены в работах Колмогорова и Винера. Применительно к адаптивным антенным решеткам (АР) задача формулируется следующим образом. Имеется M -канальная АР

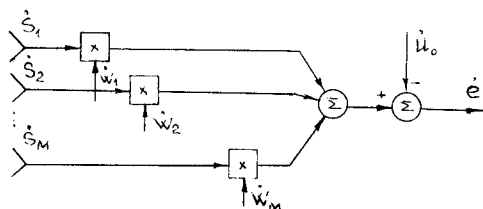


Рис. 1

(рис. 1). Сигналы с выходов M парциальных антенн после весовой обработки когерентно суммируются, после чего вычитается эталонный сигнал \dot{U}_0 . Необходимо минимизировать мощность сформированного таким образом сигнала ошибки.

Введем обозначения: $\dot{S}(k) = [\dot{S}_1(k), \dot{S}_2(k), \dots, \dot{S}_M(k)]^T$ – вектор комплексных огибающих пространственной выборки в k -й момент времени; $\dot{W}(k) = [\dot{W}_1(k), \dot{W}_2(k), \dots, \dot{W}_M(k)]^T$ – вектор комплексных весовых коэффициентов; $\dot{U}_0(k)$ – комплексная огибающая эталонного сигнала. Тогда комплексную огибающую сигнала ошибки $\dot{e}(k)$ можно представить в виде

$$\dot{e}(k) = \dot{W}^H(k) \dot{S}(k) - \dot{U}_0(k). \quad (1)$$

Верхний индекс H означает сопряжение по Эрмиту, $\dot{W}^H = (\dot{W}^*)^T$. Следует выбирать вектор $\dot{W}(k)$ так, чтобы обеспечить минимум среднего квадрата ошибки

$$\overline{\dot{e}^2}(\dot{W}) = M [|\dot{e}|^2]. \quad (2)$$

Здесь $M[\cdot]$ – оператор вычисления математического ожидания.

Предположим, что процесс адаптации вектора весовых коэффициентов \dot{W} очень медленный по сравнению с изменением пространственной выборки \dot{S} от времени k . Тогда вектор $\dot{W}(k)$ можно считать почти постоянным и не зависящим от времени, поэтому его можно будет вынести за знак оператора вычисления математического ожидания. Это будет выполняться в режиме работы адаптивного алгоритма, близком к стационарному. Подставив (1) в (2), после тождественных преобразований получим

$$\begin{aligned} \overline{\dot{e}^2}(\dot{W}) &= M[(\dot{W}^H \dot{S} - \dot{U}_0)(\dot{S}^H \dot{W} - \dot{U}_0^*)] = \\ &= \dot{W}^H M[\dot{S} \dot{S}^H] \dot{W} - M[\dot{U}_0 \dot{S}^H] \dot{W} - \dot{W}^H M[\dot{S} \dot{U}_0^*] + M[\dot{U}_0 \dot{U}_0^*]. \end{aligned}$$

Введем обозначения: $\dot{R}_{SS} = M[\dot{S} \dot{S}^H]$ – корреляционная матрица принимаемой пространственной выборки; $\dot{R}_{SU} = M[\dot{S} \dot{U}_0^*]$ – вектор-столбец корреляции принимаемой пространственной выборки с эталонным сигналом; $\dot{T}_{UU} = M[\dot{U}_0 \dot{U}_0^*]$ – дисперсия эталонного сигнала. С учетом обозначений можно записать

$$\overline{\dot{e}^2}(\dot{W}) = \dot{W}^H \dot{R}_{SS} \dot{W} - \dot{R}_{SU}^H \dot{W} - \dot{W}^H \dot{R}_{SU} + \dot{T}_{UU}. \quad (3)$$

Для определения оптимального весового вектора \dot{W}_{opt} , минимизирующего мощность сигнала ошибки (3) на выходе АР, найдем градиент функции $\overline{\dot{e}^2}(\dot{W})$ по \dot{W} :

$$\nabla_{\dot{W}} \overline{\dot{e}^2}(\dot{W}) = \dot{R}_{SS} \dot{W} - \dot{R}_{SU}. \quad (4)$$

Приравняв его нулю, получим, что \dot{W}_{opt} является решением линейного уравнения

$$\dot{R}_{SS} \dot{W}_{opt} = \dot{R}_{SU}. \quad (5)$$

Это уравнение называется уравнением Винера-Хопфа, а его решение

$$\dot{W}_{opt} = \dot{R}_{SS}^{-1} \dot{R}_{SU} \quad (6)$$

оптимальным винеровским решением.

Подставив оптимальное винеровское решение (6) в (3), получим значение минимальной мощности помехи на выходе адаптивной АР:

$$\overline{\dot{e}^2}(\dot{W}_{opt}) = \dot{T}_{UU} - \dot{R}_{SU}^H \dot{R}_{SS}^{-1} \dot{R}_{SU}. \quad (7)$$

Практическая реализация оптимального винеровского решения (6) затруднительна, т.к. корреляционная матрица \dot{R}_{SS} и вектор \dot{R}_{SU} неизвестны заранее – они должны оцениваться по наблюдаемой простран-

венно-временной выборке $\{\dot{S}(k), k=\overline{1, K}\}$. Кроме того, обращение корреляционной матрицы \hat{R}_{SS} даже при малой размерности вектора \dot{W} является громоздким, а в случае ее плохой обусловленности (что часто бывает) – численно неустойчивым. Поэтому при разработке алгоритмов адаптации вектора весовых коэффициентов большое внимание уделяется рекуррентным процедурам определения решения уравнения Винера-Хопфа, которые не требуют непосредственного обращения матрицы \hat{R}_{SS} и являются экономными по числу арифметических операций.

1.2. Рекуррентные алгоритмы адаптации АР по критерию минимума средней квадратической ошибки

В основе многих рекуррентных алгоритмов подстройки вектора весовых коэффициентов адаптивных АР лежит алгоритм градиентного спуска. Двигаясь из точки начального приближения $\dot{W}(0)$ шаг за шагом в направлении, противоположном градиенту целевой функции (3), при достаточно малом шаге, в пределе достигается точка минимума. Поскольку целевая функция (3) является квадратичной относительно вектора весовых коэффициентов \dot{W} , заключаем, что этот минимум – единственный и глобальный, а соответствующее ему значение вектора \dot{W} – оптимальное решение.

Градиент целевой функции (3) по вектору весовых коэффициентов определяется соотношением (4), поэтому рекуррентная процедура подстройки вектора весовых коэффициентов может быть представлена в виде

$$\dot{W}(k+1) = \dot{W}(k) - \mu [\dot{R}_{SS} \dot{W}(k) - \dot{R}_{SU}], \quad (8)$$

где μ – шаг адаптации.

Как отмечалось выше, корреляционная матрица \hat{R}_{SS} , а часто и вектор \hat{R}_{SU} , заранее неизвестны. Они должны оцениваться в процессе приема, и тогда в (6), (8) их можно заменить выборочными оценками:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{SS} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \dot{S}(k) \dot{S}^H(k); \\ \hat{R}_{SU} &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \dot{S}(k) \dot{U}_o(k). \end{aligned} \quad (9)$$

В простейшем случае, при $K=1$, вместо оценок (9) можно использовать саму пространственную выборку, принятую в данный момент. Тогда алгоритм (9) преобразуется к виду

$$\dot{W}(k+1) = \dot{W}(k) - \mu [\dot{S}(k) \dot{S}^H(k) \dot{W}(k) - \dot{S}(k) \dot{U}_o(k)]. \quad (10)$$

После преобразований получим

$$\begin{aligned} \dot{W}(k+1) &= \dot{W}(k) - \mu \dot{S}(k) \tilde{e}(k); \\ \tilde{e}(k) &= \dot{W}^H(k) \dot{S}(k) - \dot{U}_o(k). \end{aligned} \quad (11)$$

Алгоритм (11) и соответствующая ему структурная схема обработки сигналов, представленная на рис. 2, впервые были получены и исследованы в работах Уйдрои и Ширмана [1, 2]. Как видно, весовые коэффициенты $\dot{W}_m, m=\overline{1, M}$ формируются в петле корреляционной обратной связи. Для получения каждого из них, согласно (11), вычисляется корреляция сигнала ошибки с сигналом соответствующего канала. Инвертирующий усилитель устанавливает усиление μ в петле корреляционной обратной связи. Очевидно, что в установившемся режиме $\dot{W}(k+1) = \dot{W}(k)$ и корреляция сигнала ошибки с сигналами каналов $\dot{S}_m, m=\overline{1, M}$ должна отсутствовать, т.е. корректирующий сигнал обнуляется. В этом случае управляющие сигналы на выходах интеграторов будут постоянны. Схема по существу является реализацией режекторного обнуляющего пространственного фильтра.

При применении алгоритма адаптации Уйдрои остается открытым вопрос о формировании опорного сигнала. В конкретных приложениях в качестве опорного сигнала может использоваться сигнал отдельного приемного канала, имеющий диаграмму направленности специальной формы; он может рассматриваться как основной.

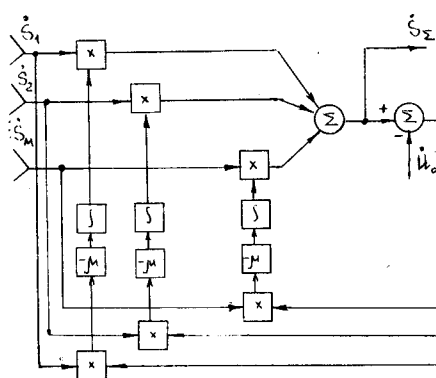


Рис. 2

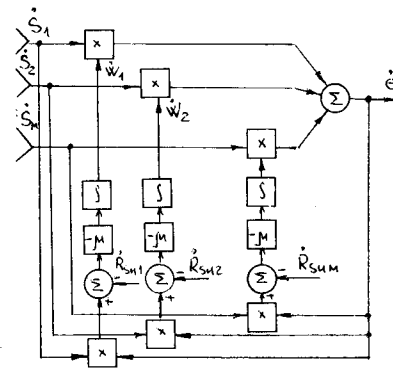


Рис. 3

В некоторых приложениях, в частности при использовании пилот-сигналов, вектор корреляции пространственной выборки и опорного сигнала \hat{R}_{SU} известны заранее. Поэтому алгоритм подстройки

вектора весовых коэффициентов (8) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{W}(k+1) &= \dot{W}(k) - \mu [\dot{S}(k) \dot{e}'(k) - \dot{R}_{su}]; \\ \dot{e}'(k) &= \dot{W}^H(k) \dot{S}(k)\end{aligned}\quad (12)$$

Соответствующая алгоритму (12) структурная схема обработки сигналов представлена на рис. 3. Они впервые были получены и исследовались в работах Хауэлса.

Из рис. 2 и 3 видно, что для исключения подавления полезного сигнала в процессе адаптации в корреляционную обратную связь вводятся дополнительные элементы. Так, в схеме Уйдроу (см. рис. 2) из сигнала \dot{S}_x на выходе адаптивной АР вычитается опорный сигнал, который должен компенсировать полезный сигнал в сигнале управления и исключить его таким образом из процесса адаптации. В схеме Хауэлса (см. рис. 3) эта цель достигается вычитанием из сигналов на выходе умножителей корреляционных составляющих, обязанных воздействию полезного сигнала.

1.3. Условия сходимости рекуррентных алгоритмов подстройки вектора весовых коэффициентов по критерию минимума средней квадратической ошибки

Сходимость рекуррентных адаптивных алгоритмов вычисления вектора весовых коэффициентов (11) и (12) определяется параметрами помех (соотношением их мощностей, углами между направлениями на источники помех), а также геометрией антенной решетки и усилением μ в каналах корреляционной обратной связи. При выводе этих алгоритмов предполагалось, что параметр μ достаточно мал, поэтому движение из точки начального приближения вектора $\dot{W}(0)$ к оптимальному значению близко к кривой градиентного спуска. Однако при малом значении μ это движение будет медленным. Поэтому желательно оценить, при каких значениях параметра μ полученные алгоритмы будут сходиться.

Точный теоретический анализ сходимости полученных рекуррентных алгоритмов сложен, т.к. принимаемая пространственно-временная выборка случайна, а вектор весовых коэффициентов также случаен, поскольку зависит от этих наблюдений.

В режиме работы, близком к стационарному, вектор весовых коэффициентов $\dot{W}(k+1)$ слабо зависит от текущих наблюдений, а определяется в основном предыдущими. В этих условиях можно пренебречь зависимостью вектора \dot{W} от текущих наблюдений и записать:

$$M[\dot{W}(k+1)] = M[\dot{W}(k)] - \mu \dot{R}_{ss} M[\dot{W}(k)] + \mu \dot{R}_{su}. \quad (13)$$

Подставляя уравнение Винера-Хопфа $\dot{R}_{su} = \dot{R}_{ss} \dot{W}_{opt}$ в (13), после тождественных преобразований получим

$$M[\dot{W}(k+1) - \dot{W}_{opt}] = (I - \mu \dot{R}_{ss}) M[\dot{W}(k) - \dot{W}_{opt}]. \quad (14)$$

Из (14) следует, что при изменении времени на интервале $k = 1, K$ справедливо

$$M[\dot{W}(k) - \dot{W}_{opt}] = (I - \mu \dot{R}_{ss})^k M[\dot{W}(0) - \dot{W}_{opt}]. \quad (15)$$

Чтобы среднее отклонение вектора весовых коэффициентов $\dot{W}(k)$ от его оптимального значения в пределе равнялось нулю, необходимо выполнение условия

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (I - \mu \dot{R}_{ss})^k = 0. \quad (16)$$

Применим разложение матрицы \dot{R}_{ss} по собственным векторам $\dot{R}_{ss} = Q \Lambda Q^H$ (где Q - матрица собственных векторов матрицы \dot{R}_{ss} , $Q^H Q = I$; $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$ - диагональная матрица собственных значений матрицы \dot{R}_{ss}). С учетом этого из (16) получим $\lim_{k \rightarrow \infty} (1 - \mu \lambda_m)^k = 0$ для всех $m = 1, M$. Отсюда можно получить следующее условие сходимости рекуррентного алгоритма подстройки вектора весовых коэффициентов:

$$0 < \mu < 2/\lambda_{max}. \quad (17)$$

Здесь λ_{max} - максимальное собственное значение матрицы \dot{R}_{ss} .

Учитывая, что все собственные значения корреляционной матрицы \dot{R}_{ss} неотрицательны, а ее след $\text{tr} \dot{R}_{ss} = \sum_{m=1}^M \lambda_m = P_{sz} \gg \lambda_{max}$, условие сходимости (17) можно заменить более жестким:

$$0 < \mu < 2/\text{tr} \dot{R}_{ss}. \quad (18)$$

Это условие, в отличие от (17), значительно проще проверить.

Более точный анализ, учитывающий зависимость вектора от наблюдений и характер его флуктуаций вблизи оптимального значения показывает, что удовлетворительная сходимость адаптивных алгоритмов наблюдается при выборе

$$\mu = 2\gamma/\lambda_{max}, \quad \gamma \in [0,1; 0,3]. \quad (19)$$

В этом случае несколько замедляется процесс адаптации по сравнению с (17), но уменьшаются флуктуации вектора $\dot{W}(k)$.

1.4. Адаптация АР по критерию минимума дисперсии шума на выходе

Алгоритмы адаптации АР по критерию минимума средней квадратической ошибки имеют один недостаток – при их работе возможно подавление полезного сигнала, вызванное тем, что полезный сигнал часто не известен полностью и его составляющие не могут быть полностью исключены из управляющих сигналов контуров корреляционной обратной связи. Если мощность полезного сигнала на выходе АР мала по сравнению с мощностью помех, то подавление его будет незначительно. Мощный же полезный сигнал, соизмеримый с помехами, может быть подавлен. Кроме того, если углы между направлениями прихода полезного сигнала и помех невелики, усиление адаптивной антенны в направлении приема полезного сигнала может сильно уменьшиться.

В работах Фроста предложен подход к синтезу алгоритмов адаптации АР, в определенной степени компенсирующий этот недостаток. Предложено наложить ограничения на диаграмму направленности адаптивной антенной решетки при решении задачи минимизации мощности помех на ее выходе. Фиксируется усиление адаптивной антенны в выбранном направлении, которое должно совпадать или быть близким к ожидаемому направлению прихода полезного сигнала. В литературе этот подход получил название "адаптация по критерию минимума дисперсии шума на выходе антенной решетки". Получаемые при его помощи решения близки к решениям по критерию максимума отношения мощности полезного сигнала к мощности шума и помех, но при этом они легче реализуются.

Комплексная огибающая сигнала на выходе адаптивной АР

$$\dot{e}(k) = \dot{W}^H(k) \dot{S}(k), \quad (20)$$

мощность сигнала

$$\bar{e}^2(\dot{W}) = M[|\dot{e}|^2] = \dot{W}^H \dot{R}_{ss} \dot{W}. \quad (21)$$

Ограничение, накладываемое на диаграмму направленности адаптивной антенны, можно представить в виде

$$\dot{W}^H \dot{F}_0 = 1, \quad (22)$$

где \dot{F}_0 – вектор амплитудно-фазового распределения волны, приходящей с выбранного (опорного) направления, на выходе АР. Например, для линейной эквидистантной АР

$$\dot{F}_0 = [1, \exp(j\psi_0), \exp(j2\psi_0), \dots, \exp\{j(M-1)\psi_0\}]^T, \quad (23)$$

где $\psi_0 = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha_0$ – фазовый набег между соседними приемными каналами, обусловленный геометрической разности хода; d – расстояние между соседними элементами решетки; λ – длина волны; α_0 – угол между опорным направлением и нормалью к апертуре решетки. Усиление адаптивной антенны в опорном направлении без потери общности принято за единицу.

Для решения задачи минимизации целевой функции (21) при условии (22) воспользуемся функцией Лагранжа

$$\mathcal{L}(\dot{W}) = \dot{W}^H \dot{R}_{ss} \dot{W} + (1 - \dot{W}^H \dot{F}_0) \dot{i} + \dot{i}^* (1 - \dot{F}_0^H \dot{W}), \quad (24)$$

где \dot{i} – множитель Лагранжа. Вычислим градиент функции (24)

$$\nabla_{\dot{W}} \mathcal{L}(\dot{W}) = \dot{R}_{ss} \dot{W} - \dot{F}_0 \dot{i}. \quad (25)$$

Приравнявая его нулю и решая, получим

$$\dot{W}_{opt} = \dot{R}_{ss}^{-1} \dot{F}_0 \dot{i}. \quad (26)$$

Неизвестный множитель Лагранжа получим, подставив (26) в (22):

$$\dot{i} = \frac{1}{\dot{F}_0^H \dot{R}_{ss}^{-1} \dot{F}_0}. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26), окончательно получаем

$$\dot{W}_{opt} = \frac{\dot{R}_{ss}^{-1} \dot{F}_0}{\dot{F}_0^H \dot{R}_{ss}^{-1} \dot{F}_0}. \quad (28)$$

Это оптимальное значение вектора весовых коэффициентов АР обеспечивает минимум дисперсии шума на выходе. Соответствующая ему минимальная мощность, согласно (21) и (28),

$$\bar{e}^2(\dot{W}_{opt}) = \frac{1}{\dot{F}_0^H \dot{R}_{ss}^{-1} \dot{F}_0}. \quad (29)$$

Из (28) видно, что для получения оптимального значения вектора весовых коэффициентов в этом случае, как и для винеровского решения, необходимо знать корреляционную матрицу пространственной выборки \dot{R}_{ss} . Можно воспользоваться ее оценкой (9), полученной по пространственно-временной выборке. Но сложность ее непосредственного обращения заставляет прибегать, как и ранее, к помощи рекуррентных алгоритмов движения к вектору \dot{W}_{opt} .

Адаптивный алгоритм поиска \dot{W}_{opt} , с учетом выражения для градиента целевой функции (25), можно представить в виде

$$\dot{W}(k+1) = \dot{W}(k) - \mu [\dot{R}_{ss} \dot{W}(k) - \dot{F}_0 \dot{i}]. \quad (30)$$

Для определения значения множителя Лагранжа \dot{i} в алгоритме (30) рассмотрим геометрическую интерпретацию задачи минимизации целевой функции (21) при условии (22).

Для наглядности рассмотрим случай подстройки двух действительных весовых коэффициентов W_1 и W_2 . Тогда целевая функция (21) может быть представлена в плоскости (W_1, W_2) своими линиями уровней. Видно, что $\bar{e}^2(W_1, W_2)$ — квадратичная функция, и ее глобальный минимум находится в точке (0,0). Соответствующие линии уровней представляют собой эллипсы с центром в начале координат (рис. 4). Условие (22) в плоскости (W_1, W_2) задает прямую, перпендикулярную вектору \dot{F}_0 . Эта прямая является областью допустимых значений вектора весовых коэффициентов, поэтому градиент $\nabla \bar{e}^2$ целевой функции проецируется на прямую допустимых значений вектора W . Движение от $W(k)$ к $W(k+1)$ происходит в направлении, противоположном полученной проекции градиента. Таким образом, приращение вектора весовых коэффициентов $\Delta \dot{W}(k) = \dot{W}(k+1) - \dot{W}(k)$ должно быть ортогонально вектору \dot{F}_0 .

Это условие распространяется и на многомерный случай с комплексными весовыми коэффициентами и сводится к тому, что скалярное произведение векторов \dot{F}_0 и $\Delta \dot{W}(k)$ всегда должно равняться нулю. Поэтому, представляя $\Delta \dot{W}(k)$ согласно (30), можно записать:

$$\dot{F}_0^H [\dot{R}_{ss} \dot{W}(k) - \dot{F}_0 \dot{i}] = 0. \quad (31)$$

Отсюда, решая относительно \dot{i} , получим

$$\dot{i} = (\dot{F}_0^H \dot{F}_0)^{-1} \dot{F}_0^H \dot{R}_{ss} \dot{W}(k). \quad (32)$$

Как и ранее, подставив (32) в (30), получим следующий алгоритм:

$$\begin{aligned} \dot{W}(k+1) &= \dot{W}(k) - \mu \dot{P}_{0\perp} \dot{R}_{ss} \dot{W}(k); \\ \dot{P}_{0\perp} &= I - \dot{F}_0 (\dot{F}_0^H \dot{F}_0)^{-1} \dot{F}_0^H. \end{aligned} \quad (33)$$

Матрица $\dot{P}_{0\perp}$ проецирует градиент целевой функции (21) на гиперплоскость многомерного пространства векторов W , ортогональную вектору \dot{F}_0 , поэтому ее называют "матрицей проецирования, или проектором". Следует учесть, что $\dot{F}_0^H \dot{F}_0$ является действительным числом, нормирующим элементы матрицы $\dot{F}_0 \dot{F}_0^H$.

Рассматривая гиперплоскость возможных значений вектора как подпространство полного пространства векторов W , можно видеть, что его размерность на единицу меньше размерности всего пространства и равна $(M-1)$. Таким образом, введение ограничения (22) на вектор W приводит к тому, что число независимых компонент в нем на единицу меньше его размерности. Поэтому из M -мерной пространственной выборки можно сформировать путем весового суммирования один основной канал с вектором весовых коэффициентов $\dot{W} = \dot{F}_0$ и $(M-1)$ дополнительных приемных каналов, весовые векторы которых должны быть независимы и ортогональны вектору \dot{F}_0 . Это означает, что диаграммы направленности дополнительных приемных каналов будут иметь нулевые "провалы" в направлении фазировки основного канала, т.е. в опорном направлении.

Пример реализации такого алгоритма обработки сигналов для линейной эквидистантной АР представлен на рис. 5. Сигналы с выходов элементов решетки поступают на управляемые фазовращатели, которые компенсируют фазовые рассогласования сигналов в приемных каналах для плоской волны, приходящей с опорного направления.

Очевидно, что $\phi_0 = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha_0$. Поэтому сложение сигналов с выходов фазовращателей в верхнем сумматоре формирует основной луч, который сфазирован в опорном направлении α_0 . Соответствующая амплитудная диаграмма направленности представлена на рис. 6 под номером I. В сумматорах, расположенных ниже, происходит вычитание сигналов соседних парциальных приемных каналов с выходов фазовращателей. Это приводит к формированию приемных лучей, амплитудные диаграммы направленности которых имеют нулевые провалы в опорном направлении α_0 (рис. 6, кривая 2).

Адаптивное формирование диаграммы направленности можно рассматривать как весовую сумму комплексных диаграмм направленности основного и вспомогательных лучей. Весовой коэффициент основного луча $W_0 = I$, поэтому усиление адаптивной антенны (см. рис. 6) в опорном направлении α_0 совпадает с усилением основного луча и не зависит от вектора весовых коэффициентов W . Представленная на рис. 5 структурная схема алгоритма обработки сигналов по критерию минимума дисперсии шума использует метод предварительной пространственной фильтрации. Условия сходимости этого алгоритма определяются величиной усиления в цепях корреляционных обратных связей и корреляционной матрицей \dot{R}_{xx} сигналов $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_{M-1}$. Вывод условия сходимости в данном случае почти полностью совпадает с выводом для случая адаптации по критерию минимума СКО. Поэтому условия схо-

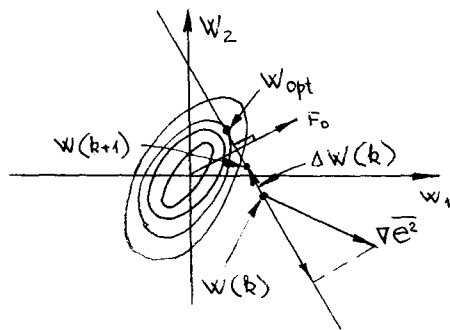


Рис. 4

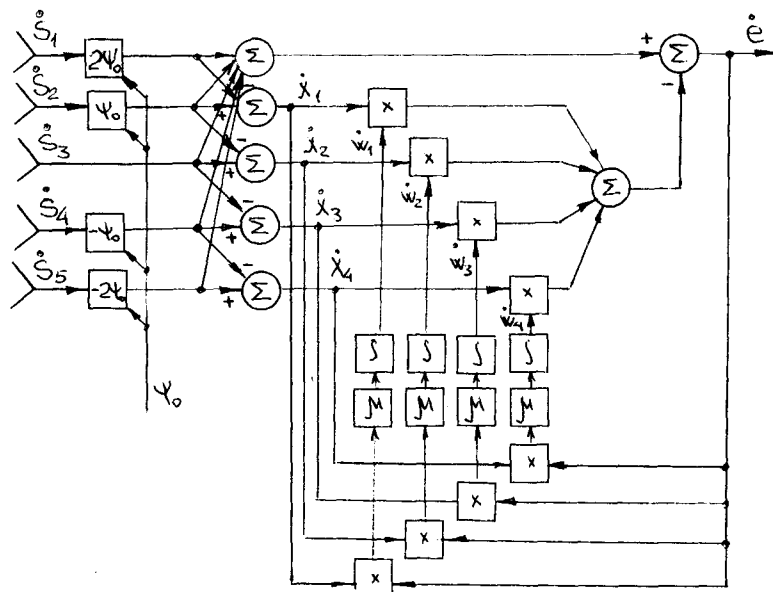


Рис. 5

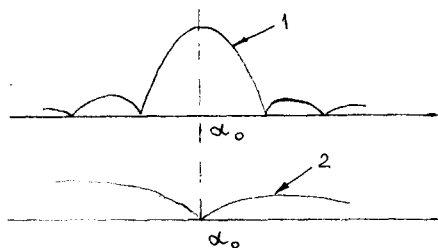


Рис. 6

димости полученного алгоритма определяются соотношениями (17), (19) и соответственно верхней оценкой (18): $0 < \mu < 2 / \lambda_{x \max}$.

Более точный анализ, как и ранее, позволяет рекомендовать следующие значения $\mu = 2f / \lambda_{x \max}$, где $f \in [0, 1; 0, 3]$. Точное значение $\lambda_{x \max}$ аналогично (18) и (19) можно заменить его верхней оценкой $\lambda_{x \max} \leq \text{tr} \hat{R}_{xx}$, т.е. использовать след матрицы \hat{R}_{xx} .

1.5. Оценка динамических параметров контура адаптации автокомпенсатора и коэффициента подавления помех

В частном случае при $M = 2$, алгоритмы (11), (12) описывают работу автокомпенсатора (АК) помех Ширмана [1]. Схема АК аналогична схеме рис. 2, причем антенна компенсационного канала ненаправлена, служит для приема мешающего сигнала и содержит регулируемые весовые усилители в квадратурных подканалах. В случае применения в цепи корреляционной обратной связи интегрирующего звена дифференциальное уравнение, описывающее изменения комплексного весового коэффициента, имеет вид [1]

$$\tau_u \frac{d\dot{W}}{dt} = \mathcal{E} M \{ \dot{S}_i^* (\dot{U}_0 - \dot{W} \dot{S}_i) \},$$

где \dot{U}_0 - сигнал, принятый основной антенной; $\mathcal{E} [B^{-2}]$ - коэффициент усиления контура адаптации.

Это уравнение можно записать в канонической форме:

$$\tau_k \frac{d\dot{W}}{dt} + \dot{W} = \dot{W}_{уст}.$$

Здесь обозначено: $\dot{W}_{уст} = \mathcal{E} M [\dot{S}_i^* \dot{U}_0] / M [\dot{S}_i^* \dot{S}_i] \cdot \mathcal{E} \hat{R}_{su}$ установившееся значение весового коэффициента; \hat{R}_{su} - нормированная взаимно-корреляционная функция сигналов основного и компенсационного каналов; $\tau_k = \frac{\tau}{\mathcal{E} M [|\dot{S}_i|^2]}$ - эквивалентная постоянная времени контура адаптации. Переходя к конечным приращениям $\dot{W} \approx \frac{\Delta \dot{W}(k)}{\Delta t} = \frac{\dot{W}(k+1) - \dot{W}(k)}{\Delta t}$, можно записать

$$\dot{W}(k+1) = (1 - \frac{\Delta t}{\tau_k}) \dot{W}(k) + \frac{\Delta t}{\tau_k} \dot{W}_{уст}. \quad (34)$$

Рекуррентный алгоритм адаптации (8) с точностью до обозначений аналогичен (34). Действительно, согласно (8) для i -го канала подстройки справедливо

$$\dot{W}_i(k+1) = \dot{W}_i(k) (1 - \mu \overline{\dot{S}_i^* \dot{S}_i}) + \mu \overline{\dot{S}_i^* \dot{U}_0}. \quad (8a)$$

Приравняв коэффициенты алгоритмов (8а) и (34), принимая $i = 1$, находим $\mathcal{K} \dot{R}_{ss}(0) \Delta t / \tau_u = \mu \dot{R}_{ss}(t)$, $\tau_u = \mathcal{K} \Delta t / \mu$.

В случае, когда интегрирование в цепи корреляционной обратной связи осуществляется инерционным звеном с постоянной времени τ_ϕ , существенно превышающей время корреляции помех $\tau_\phi \gg \tau_{\text{флкс}}$, дифференциальное уравнение контура подстройки

$$\tau_\phi \frac{d\dot{W}}{dt} + \dot{W} = \mathcal{K} M[\dot{S}_r(\dot{U}_0 - \dot{W} \dot{S}_r)],$$

Проводя аналогичные выкладки, приходим к уравнению

$$\tau_{\text{экв}} \frac{d\dot{W}}{dt} + \dot{W} = \dot{W}_{\text{уст}}.$$

Параметры этого уравнения

$$\tau_{\text{экв}} = \tau_\phi / (1 + \mathcal{K} G^2); \quad \dot{W}_{\text{уст}} = \frac{\mathcal{K} M[\dot{S}_r, U_0]}{1 + \mathcal{K} M[\dot{S}_r, \dot{S}_r]} = \frac{\mathcal{K} \dot{R}_{su}}{1 + \mathcal{K} G^2}. \quad (35)$$

Здесь результирующая дисперсия собственных шумов и помехи в основном канале

$$G^2 = R_{ss}(0) = M[(U_{\text{ш0}} + U_{\text{пк}})^2] = G_{\text{ш}}^2 (1 + q_{\text{пк}}^2),$$

где $q_{\text{пк}} = G_{\text{пк}}^2 / G_{\text{ш}}^2$ - отношение дисперсий помехи и собственного шума.

Полагая дисперсии шумов и помехи в каналах одинаковыми, находим междуканальную корреляционную функцию и установившийся весовой коэффициент

$$\dot{R}_{su} = M[\dot{S}_r, \dot{U}_0] = M[(U_{\text{ш0}} + U_{\text{пк0}})(U_{\text{ш1}} + U_{\text{пк1}})] = q_{\text{пк}} \rho_{01} G_{\text{ш}}^2.$$

Коэффициент подавления помехи определяется выражением

$$D = \frac{M[U_0^2]}{M[S_r^2]} = \left(1 - \frac{\mathcal{K} G^2}{1 + \mathcal{K} G^2} \rho_{01}\right)^{-1}. \quad (36)$$

2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АЛГОРИТМОВ АДАПТАЦИИ В РЛС С АНТЕННЫМИ РЫШЕТКАМИ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЭВМ

Цель работы - исследование методом математического моделирования на ЭВМ основных пространственно-временных методов и характеристик алгоритмов адаптивного подавления помех в РЛС, изучение и оценка влияния различных параметров на сходимость итерационных алгоритмов.

Исследуемый пространственно-временной алгоритм обработки сигналов АР представлен на рис. 4. Предполагается, что РЛС работает в пассивном режиме, поэтому на рассматриваемом интервале наблюдения полезный сигнал, а значит, и сигналы пассивных помех отсутствуют.

Моделирующая программа реализует диалоговый режим работы. Необходимые входные данные вводятся по запросам, которые сопровождаются комментариями. Вопросы, пояснения и результаты моделирования выводятся на экран, причем результаты представлены в виде графиков и сопровождаются пояснениями.

Студенты получают от преподавателя индивидуальные задания, в которых содержатся параметры адаптивной АР и помеховой обстановки. Для заданных условий студент рассчитывает необходимое значение усиления в цепи корреляционной обратной связи μ , при котором обеспечивается сходимость алгоритма адаптации АР. После этого полученные от преподавателя данные и рассчитанное значение коэффициента усиления μ вводятся в программу и проверяется сходимость алгоритма.

При расчете μ необходимо воспользоваться формулами (35), (36) и учесть особенности моделирующей программы (она работает по методу комплексной огибающей). Наблюдаемая пространственно-временная выборка моделируется следующим образом:

$$\dot{S}_m(k) = \sum_{i=1}^J \dot{A}_i(k) e^{j(m-1)\psi_i} + \dot{N}_m(k), \quad m = \overline{1, M}, \quad (37)$$

где $\dot{S}_m(k)$ - комплексная огибающая сигнала на выходе m -го частичного приемного канала линейной эквидистантной АР в k -й момент времени (см. рис. 5); M - число частичных приемных каналов; $\dot{A}_i(k)$ - мгновенное значение комплексной огибающей i -го источника активной шумовой помехи в k -й момент времени на выходе первого частичного канала; J - число источников помех; $\dot{A}_i(k) = f(\alpha_i) \dot{A}_i'(k)$; α_i - угловая координата i -го источника помехи относительно нормали к апертуре антенны; $f(\alpha)$ - нормированная амплитудная диаграмма направленности частичного луча АР; $\dot{A}_i'(k)$ - комплексная огибающая сигнала на выходе элемента с изотропной диаграммой направленности.

При моделировании принята следующая аппроксимация: $f(\alpha) = \exp\{-(\alpha/\Delta\alpha)^2\}$, $\Delta\alpha$ - ширина луча частичного приемного канала. Фазовый набег $\psi_i = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha_i$, d - расстояние между фазовыми центрами.

рами соседних парциальных лучей, λ — длина волны. Слагаемое $\dot{N}_m(k)$ — собственный шум m -го парциального приемного канала.

Комплексные огибающие сигналов источников помех $\dot{A}_i'(k)$ и собственных шумов приемных каналов $\dot{N}_m(k)$ моделируются при помощи датчика случайных чисел как некоррелированные гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями. Квадратурные компоненты шумов приемных каналов $Re \dot{N}_m(k)$ и $Im \dot{N}_m(k)$ берутся непосредственно от датчика случайных чисел с гауссовским распределением, нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Поэтому с учетом мощностей обеих квадратурных составляющих $M[\dot{N}_m(k)\dot{N}_m^*(k)] = 2$. Квадратурные компоненты сигналов источников помех $Re \dot{A}_i'(k)$ и $Im \dot{A}_i'(k)$ формируются путем умножения значений датчика случайных чисел на отношение помеха/шум q_i . Поэтому $M[\dot{A}_i'(k)\dot{A}_i'^*(k)] = 2q_i^2$, т.е. q_i^2 — мощность сигнала i -й помехи на выходе парциального приемного канала, нормированная к мощности его собственного шума.

Из структурной схемы рис. 5 видно, что сигналы компенсационных каналов формируются следующим образом:

$$\dot{X}_m(k) = [\dot{S}_{m+1}(k)e^{-j\psi_0} - \dot{S}_m(k)]e^{jL\psi_0}, \quad (38)$$

где $\psi_0 = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha_0$; α_0 — направление фазировки АР (опорное направление); $L = \frac{N+1}{2} - m$, где $m = \overline{1, M-1}$. Видно, что

$$M[\dot{X}_m(k)\dot{X}_m^*(k)] = M[\dot{X}_L(k)\dot{X}_L^*(k)] = \\ = \sum_{i=1}^J 4q_i^2 f^2(\alpha_i) \sin^2\left(\frac{\psi_i - \psi_0}{2}\right) + 4.$$

Поэтому след корреляционной матрицы

$$tr \hat{R}_{xx} = \sum_{m=1}^M M[\dot{X}_m \dot{X}_m^*] = \\ = (M-1) \left[\sum_{i=1}^J 4q_i^2 f^2(\alpha_i) \sin^2\left(\frac{\psi_i - \psi_0}{2}\right) + 4 \right]. \quad (39)$$

Подставив (39) в (35), можно рассчитать значение коэффициента μ .

Оценить сходимость адаптивного алгоритма подстройки вектора весовых коэффициентов можно по графику результирующей диаграммы направленности адаптивной АР, который выводится на экран до начала адаптации и через каждые 300 шагов. На этом графике стрелками показаны направления на источники помех и направление приема полезного сигнала. В процессе адаптации на экран выводятся графики

изменения мгновенной мощности помех, а также отношение мощностей ожидаемого полезного сигнала к мощности помех и собственных шумов приемных каналов на выходе адаптивной АР как функции номера шага адаптации. Так как моделирование проводится для пассивного режима работы РЛС, то под отношением мощностей сигнала и помех следует понимать значение, которое было бы получено при переходе РЛС в активный режим работы после рассматриваемого шага адаптации.

Если алгоритм адаптации антенной решетки РЛС сходится при рассчитанном значении коэффициента μ , можно приступить к выполнению следующей части лабораторной работы (задание уточняется преподавателем.)

Порядок выполнения работы

1. Получить исходные данные для расчета и проведения моделирования.
2. Рассчитать по формулам (35), (36) и (39) значение усиления μ в корреляционной обратной связи.
3. Включить компьютер.
4. Вставить в дисковод дискету с операционной системой и выполнять загрузку.
5. Вставить в другой дисковод дискету с программой моделирования и запустить ее на выполнение.
6. По запросам программы ввести подготовленные исходные данные и убедиться в сходимости адаптивного алгоритма при рассчитанном значении μ .
7. Зарисовать с экрана монитора диаграмму направленности АР до адаптации и после нее.
8. Зарисовать с экрана монитора зависимость отношения мощностей сигнала и помех на выходе адаптивной АР от числа шагов адаптации.
9. Повторить пп. 4, 5 и 6 при других значениях исходных данных.
10. Выключить компьютер.

Содержание отчета

1. Исходные данные для проведения расчетов и моделирования.
2. Структурная схема исследуемого адаптивного пространственно-временного алгоритма обработки сигналов (см. рис. 5) для заданного числа элементов решетки.

3. Расчет коэффициента усиления μ в контурах корреляционной обратной связи.

4. Полученные при моделировании графики диаграммы направленности адаптивной АР до и после адаптации; зависимость отношения мощностей сигнала и помех на выходе адаптивной АР от числа шагов адаптации.

5. Краткие выводы по полученным результатам.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте задачу оптимизации весовой обработки сигналов на выходе адаптивной АР по критерию минимума средней квадратической ошибки.

2. Приведите и поясните оптимальное решение задачи оптимизации вектора весовых коэффициентов адаптивной АР по критерию минимума средней квадратической ошибки.

3. Перечислите возможные пути реализации оптимальной обработки сигналов в адаптивной АР по критерию минимума средней квадратической ошибки.

4. Приведите структурные схемы обработки сигналов адаптивной АР, реализующие рекуррентные алгоритмы Уйдрои и Хауэлса.

5. Объясните условия сходимости рекуррентных алгоритмов подстройки вектора весовых коэффициентов по критерию минимума средней квадратической ошибки.

6. Сформулируйте задачу оптимизации весовой обработки сигналов адаптивной АР по критерию минимума дисперсии шума на ее выходе и получите ее оптимальное решение.

7. Поясните рекуррентный алгоритм обработки сигналов адаптивной АР по критерию минимума дисперсии шума на выходе.

8. Приведите пример структурной схемы обработки сигналов адаптивной АР по критерию минимума дисперсии шума и запишите для нее условия сходимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш и р м а н И.Д., М а н ж о с В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. - М.: Радио и связь, 1981.

2. У й д р о у Б., С т и р н з С. Адаптивная обработка сигналов. - М.: Радио и связь, 1989.

3. Б а к у л е в Н.А., С т е п и н В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. - М.: Радио и связь, 1986.

4. Д ж а в а д о в Г.Г. Моделирование радиолокационных систем и устройств. - М.: МАИ, 1984.